Lehrbuch

der

Arithmetik

für

Real- und Fortbildungsschulen.

Von

Heinrich Schwager,
k. Mathematiklehrer,
z. Z. Vorstand der Schulcommission des polytechnischen Centralvereins
in Würzburg.

Vierte Auflage.

II. Teil.

Würzburg.
Julius Kellner's Buchhandlung.
1878.

Vom k. Kultusministerium zum Gebrauch für die Realschulen empfohlen.

Lehrbuch

der

Arithmetik

für

Real- und Fortbildungsschulen.

Von

Heinrich Schwager,
k. Mathematiklehrer,
z. Z. Vorstand der Schulcommission des polytechnischen Centralvereins
in Würzburg.

Vierte Auflage.

II. Teil.

Würzburg.
Julius Kellner's Buchhandlung.
1878.

Vorwort.

Der vorliegende zweite Teil enthält die sogenannten bürgerlichen Rechnungsarten und einzelne Kapitel aus der kaufmännischen Arithmetik. Besonderes Gewicht legte der Verfasser bei Lösung der Aufgaben auf die Schlussmethode.

Entsprechend dem Lehrprogramm für die bayerischen Realschulen wurde in Kap. VIII. durch gelegentliche Anwendung der Buchstaben statt der Ziffern die Ueberleitung zur allgemeinen Arithmetik begonnen und in Kap. XV. die mathematische Begründung der Sätze über Proportionen, Gesellschafts-, Mischungs-, Procent-, Zins- und Discontorechnung durchgeführt.

Die Zahl der Beispiele und Aufgaben ist bedeutend vermehrt worden. Es befinden sich in diesem Teile 175 vollständig gelöste Beispiele und circa 900 Aufgaben.

Schließlich fühlt sich der Verfasser gedrungen, Herrn Kollegen Dr. Macher für die Mitbesorgung

der Correctur und Herrn Kollegen W. Heß für die Mitteilung des Materials zu den Aufgaben 10, 11 und 12 in § 100 seinen besten Dank auszusprechen.

Würzburg im August 1878.

Der Verfasser.

Inhalt des II. Teils.

I. Einfache Regeldetri (Dreisatz), gelöst durch Schlüsse.

§ 1. Aufgaben von der Form:

„1) 3 kg einer Waare kosten 14 *M.*; wie hoch kommen 5 kg?

2) Wenn 4,5 cbm 18,9 *Fs.* kosten; wieviel cbm erhält man um 756 *Fs.*?

3) 5 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 18 Tage; wie lange werden 9 Arbeiter mit derselben zu tun haben?"

nennt man Regeldetri-Aufgaben.

Dieselben werden am einfachsten durch Schlüsse gelöst.

Auflösung zu 1.

3 kg	14 *M.*
5 „	x „

1 kg kostet $\frac{14}{3}$ *M.*, daher kosten

5 kg $= \frac{14}{3} . 5$; mithin ist

$$x = \frac{14 . 5}{3} = 23{,}33 \text{ M.}$$

Auflösung zu 2.

4,5 cbm	18,9 *Fs.*
x „	756 „

Für 1 *Fr.* erhält man $\frac{4,5}{18,9}$ cbm, daher für

$$756\ Fs. = \frac{4,5}{18,9} \cdot 756; \text{ mithin ist}$$

$$x = \frac{4,5 \cdot 756}{18,9} = 180 \text{ cbm}$$

Auflösung zu 3.

5 Arb.	18 Tg.
9 „	x „

1 Arb. braucht zu der Arbeit 5 . 18 Tage, daher brauchen 9 Arb. nur den 9. Teil von 5 . 18 Tg.; mithin ist $x = \frac{5 \cdot 18}{9} = 10$ Tage.

§ 2. Zur Lösung einer Regeldetri-Aufgabe sind, wie obige Beispiele zeigen, stets zwei Schlüsse erforderlich: ein Schluſs von einer Mehrheit auf die zugehörige Einheit und ein zweiter Schluſs von dieser Einheit auf eine andere Mehrheit.

Es gibt jedoch Aufgaben, zu deren Lösung mehr als zwei Schlüsse erforderlich sind. Dies kommt dann vor, wenn die gegebenen Zahlen und die gesuchte verschiedenartig benannt sind, z. B.:

1) 4 cbm 80 cdm kosten 331,5 *Fs.*, wieviel *M.* werden 15 hl 80 l kosten?

Aufl. 1 cbm kostet $= \frac{331,5}{4,08}$ *Fs.*

$$1 \text{ hl kostet } = \frac{331,5}{10 \,.\, 4,08}\ Fs.$$

$$15,8 \text{ hl kosten } = \frac{15,8 \,.\, 331,5}{10 \,.\, 4,08}\ Fs.,$$

$$= \frac{15,8 \,.\, 331,5}{10 \,.\, 4,08} \cdot \frac{4}{5}\ ℳ$$

$$x = \frac{15,8 \,.\, 331,5 \,.\, 4}{10 \,.\, 4,08 \,.\, 5} = 102,7\ ℳ$$

2) 1 bayer. Tagwerk Ackerland wurde um 14000 südd. Gulden verkauft; auf wieviel ℳ berechnet sich 1 Ar?

(1 Tagw. = 40000 □'; 1 qm = 11,74 □'
7 fl. = 12 ℳ)

Auflösung.

$$1 \text{ □' kostet} = \frac{14000}{40000}\ fl.;$$

$$1 \text{ qm kostet} = \frac{14000 \,.\, 11,74}{40000}\ fl.$$

$$1 \text{ a kostet } = \frac{14000 \,.\, 11,74 \,.\, 100}{40000}\ fl.$$

$$= \frac{14000 \,.\, 11,74 \,.\, 100}{40000} \cdot \frac{12}{7}$$

$$= 704,4\ ℳ$$

Anmerkung. Aufgaben dieser Art werden häufig durch ein besonderes mechanisches Rechnungsverfahren, Kettensatz oder Kettenregel genannt, aufgelöst. Vergl. § 32.

§ 3. Durch Benützung des § 61 (I. Teil) und zweckmäßige Zerlegung der im Fragesatz enthaltenen Zahl kann die Auflösung einer Regeldetri-Aufgabe sehr häufig bedeutend vereinfacht oder wenigstens bequemer als auf dem gewöhnlichen Wege bewerkstelligt werden, wie aus nachstehenden Beispielen hervorgeht.

1) 30 m kosten 21,9 ℳ; wieviel 22,5 m?

Aufl. 30 m = 21,9 ℳ
— 7,5 = 5,475 ℳ (= 1/4 von 21,9)

22,5 m = 16,425 ℳ

2) 22,5 m kosten 11,64 ℳ; wieviel 30 m?

Aufl. 22,5 m = 11,64 ℳ
+ 7,5 „ = 3,88 „ (= 1/3 von 11,64)

30 m = 15,52 ℳ

3) 100 fl. kosten 36,48 Fs.; wieviel 93,75 fl.

Aufl. 100 fl. = 36,48 Fs.
— 6 1/4 „ = 2,28 „ (= 1/16 von 36,48)

93 3/4 fl. = 34,20 Fs.

4) 93,75 kg kosten 69,75 ℳ; wieviel 100 kg?

Aufl. 93,75 kg = 69,75 ℳ
+ 6,25 „ = 4,65 „ (= 1/15 von 69,75)

100 „ = 74,40 ℳ

5) 150 kg kosten 97,5 ℳ; wieviel 1615 kg?

Aufl. 1500 kg = 975,00 ℳ
100 „ = 65,00 „
15 „ = 9,75 „

1615 „ = 1049,75 ℳ

6) 144 Stück kosten 331,2 Fs.; wieviel 535 St.?

Aufl. 288 St. = 662,4 Fs.
144 „ = 331,2 „
72 „ = 165,6 „
24 „ = 55,2 „
6 „ = 13,8 „
1 „ = 2,3 „

535 St. = 1230,5 Fs.

7) 128 m kosten 332 ℳ 80 ₰; wieviel 89 m?

Aufl.	64 m	=	166,40 ℳ
	16 „	=	41,60 „
	8 „	=	20,80 „
	1 „	=	2,60 „
			231,40 ℳ

§ 4. Aufgaben (über § 1).

1)	21 l	9,45 ℳ
	1 hl	x „
2)	1 hl	27,5 ℳ
	80 l	x „
3)	1 hl	16,5 ℳ
	675 l	x „
4)	12,8 hl	1088 *Fs.*
	50 l	x „
5)	1 hl	80,6 *Fs.*
	10080 l	x „
6)	4 hl 90 l.	24,5 ℳ
	1 hl	x „
7)	42 l	18,9 ℳ
	x	450 „
8)	1 kg	1,8 ℳ
	360 g	x „
9)	1 kg	10,8 ℳ
	750 g	x „
10)	850 g	3,4 ℳ
	6 kg 250 g	x „
11)	375 g	1,8 ℳ
	1 kg	x „

12)	1 Ctr.	87,5 ℳ.
	324 ℔. 50 g	x „
13)	24 kg 600 g	49,2 ℳ.
	1 Ctr.	x „
14)	17,9 kg	130,67 *Fs.*
	1 Ctr.	x „
15)	360 g	45 ₰
	15 kg 90 g	x ℳ.
16)	1 Ctr.	24 ℳ. 75 ₰
	$88\frac{4}{5}$ ℔.	x „
17)	60 cm	33 ₰
	5 m	x ℳ.
18)	4 qm 8 qdm	10,2 ℳ.
	100 qm	x „
19)	1 a	25 ℳ.
	430 qm	x „
20)	3 ha 490 qm	292704 ℳ.
	1 a	x „
21)	14 cbm 900 cdm	303,96 ℳ.
	100 cbm	x „
22)	1 Ctr.	40 ℳ.
	5 kg 250 g	x „
23)	5 kg 60 g	53 *Fs.* 13 *cts.*
	1 Ctr.	x „
24)	20,5 kg	176 *Fs.* 30 *cts.*
	1,75 Ctr.	x „
25)	175 l	262,5 ℳ.
	1 hl	x „
26)	15 kg 200 g	68 ℳ. 40 ₰
	a) 1 Ctr.	x „
	b) 3 kg 800 g	x „

27) Wieviel beträgt die Fracht auf 1265 hl, wenn 28,5 M. per 50 hl gerechnet werden?

28) Was wiegt eine Geldrolle mit 1200 M. in Zwanzigmarkstücken, wenn das Gewicht eines Zwanzigmarkstückes vorschriftsmäßig 7,965 g beträgt?

29) Ein Brunnen hat 4 Röhren, von denen jede in einer Stunde 1 hl 80 l Wasser liefert. In welcher Zeit wird er einen Behälter von 1,44 cbm Inhalt füllen?

30) Eine Brunnenröhre liefert stündlich 8 hl 40 l Wasser; in welcher Zeit wird sie einen Behälter von 3 cbm 780 cdm Inhalt füllen?

31) 1000 engl. Fuß sind = 938,29 par. Fuß. Wieviel engl. Fuß sind demnach 3450 par. Fuß?

32) 100 qm sind = 1173,96 bayer. Quadratfuß; wieviel qm sind 391,32 Quadratfuß?

33) Wenn das ha 8760 M. kostet, wie hoch kommen 73,5 qm?

34) Ein Grundstück von 1,75 ha Fläche kostet 12250 M., wie hoch kommen 12 qm?

35) a) Ein rechteckiges Grundstück ist 65 m lang und 20,8 m breit; welchen Werth hat dasselbe, wenn für 1 a 100 M. gerechnet sind?

b) Wieviel ist eine Fläche von 30 Centiar von obigem Grundstücke wert?

36) Ein rechteckiges Grundstück ist 48,5 m lang und 24,6 m breit; wie lang ist ein anderes, dessen Fläche um $\frac{1}{5}$ größer ist und dieselbe Breite hat?

37) Zur Pflasterung einer Küche waren 345 Platten erforderlich. Dieselbe Küche soll nun wider gepflastert werden, jedoch mit Platten, von denen jede

a) um $\frac{1}{3}$ kleiner,

b) um $\frac{1}{3}$ größer

ist, als eine der früheren. Wie viele Platten sind nun erforderlich?

38) a Mann vollenden eine gewisse Arbeit in b Tagen; wie viele Arbeiter werden dieselbe Arbeit in c Tagen fertig bringen?

a =	12	25	15
b =	14	6,4	$10\frac{1}{3}$
c =	21	16	$7\frac{3}{4}$

39) a Mann vollenden eine gewisse Arbeit in b Tagen; wie lange werden c Mann zu derselben Arbeit nötig haben?

a =	8	10	25	27
b =	15	14	18	$8\frac{3}{4}$
c =	12	8	16	35

40) a Mann werden bei täglich b stündiger Arbeit in einer gewissen Zeit ein Werk vollenden; dieselbe Arbeit soll aber von c Mann in derselben Zeit geliefert werden; wie viele Stunden müssen dieselben des Tags arbeiten?

a =	15	18	24
b =	10	10	12
c =	18	15	30

41) Wenn a Mann in einer gewissen Zeit b Cubikmeter herstellen; wieviel können in derselben Zeit c Mann liefern?

a =	8	12	15
b =	5240	6350	9840
c =	15	18	12

§ 5. Aufgaben (über § 3.)

1)	100 St.	12,5 ℳ.
	98 „	x „
2)	100 St.	24,8 ℳ.
	110 „	x „
3)	100 St.	32,6 ℳ.
	105 „	x „
4)	50 St.	4,8 ℳ.
	$37\frac{1}{2}$ „	x „
5)	62,5 m	19,5 ℳ.
	100 „	x „
6)	87,5 m	28,7 ℳ.
	100 „	x „
7)	32 m	121,6 *Fs.*
	76 „	x „
8)	64 St.	121,75 ℳ.
	148 „	x „
9)	300 *fl.*	197,2 *Fs.*
	195 „	x „
10)	150 qm	112,5 ℳ.
	2917 „	x „
11)	100 kg	164,3 ℳ.
	62,5 „	x „
12)	100 St.	237,5 ℳ.
	919 „	x „
13)	144 St.	78,5 ℳ.
	517 „	x „

14)	100 l	64,5 ℳ.
	185 „	x „
15)	300 cbm	5535 ℳ.
	962,5 „	x „
16)	300 ℔.	394,5 ℳ.
	243 „	x „
17)	100 m	875 ℳ.
	337,5 „	x „
18)	65 m	54,6 ℳ.
	214,5 „	x „

§ 6. Vermischte Aufgaben.

1) Was kosten:

a) 18 ℔. 370 g, per Ctr 10,5 ℳ.;
b) 23 kg 650 g, per Ctr 16,8 ℳ.;
c) 8750 kg à 254 ℳ. 65 ₰ per 1000 kg?

2) Ein Wechsel über 174 *Fs.* 80 *cts.* wird in Frankfurt verkauft. Wieviel erhält man daselbst für diese Summe, wenn 100 *Fs.* = 81,32 ℳ. gerechnet werden?

3) Wieviel 20-Markstücke erhält man

a) für 148 Zwanzig-Francsstücke á 16 ℳ. 25 ₰,
b) für 900 Pfund Sterling à 20 ℳ. 42 ₰?

4) Wieviel Pfund Sterling á 25 *Fs.* 50 *cts.* entsprechen einem Werte von 127½ Zwanzig-Francsstücken?

5) Wieviel Schritte enthält

a) 1 Kilometer,
b) 1 (alte) bayer. geometr. Stunde á 3707 m,
c) 1 deutsche geographische Meile á 7420 m,

wenn 4 Schritt = 3 Meter sind?

6) Wenn ein guter Fußgänger in 12 Minuten 1 Kilometer Weg zurücklegt, wieviel Schritte macht er durchschnittlich in der Minute? (Vergl. Aufg. 5 c.)

7) Wenn durch eine Maschine, Menschen- oder Tierkräfte eine Last von 75 kg in 1 Sekunde 1 m hoch gehoben wir, so sagt man, es sei eine mechanische Arbeit von 75 Kilogramm-Meter (kgm) verrichtet worden. Eine Pumpe fördert in jeder Minute 675 l Wasser auf 10 m Höhe; welche mechanische Arbeit entspricht nun dieser Leistung?

Aufl. 675 l auf 10 m Höhe zu heben, erfordert dieselbe Arbeit, wie 675 . 10 oder 6750 l = 6750 kg auf 1 m Höhe. Die Arbeit in der Minute beträgt also 6750 kgm, mithin in der Sekunde $\frac{6750}{60}$ kgm oder $\frac{6750}{60 \cdot 75} = 1{,}5$ Pferdekräfte.

8) Eine Feuerspritze, welche von 12 Mann bedient wird, wirft in der Sekunde 10 l Wasser auf 30 m Höhe. Welche Arbeit leistet 1 Mann per Sekunde?

9) Durch eine Pumpe sollen in jeder Minute 400 l Wasser auf 15 m Höhe gehoben werden. Wie groß ist die erforderliche sekundliche Arbeit?

10) Eine Pumpe macht per Minute 15 Hübe und liefert bei jedem Hub 18 l Wasser auf 10,5 m Höhe; welche Arbeit leistet dieselbe in jeder Sekunde?

11) Ein Hammer von 250 kg Gewicht macht in der Minute 130 Schläge bei einer Hubhöhe von 0,3 m. Welche Arbeit verrichtet derselbe in 1 Sekunde?

12) Ein Pochwerk besteht aus 25 Stempeln von je 75 kg Gewicht. Wenn nun jeder Stempel in der Minute

5 mal auf 30 cm Höhe gehoben wird, wieviel Kilogramm-Meter Arbeit sind zum Betriebe des Pochwerkes per Sekunde erforderlich?

13) Einem Wasserrade fließen in der Sekunde 1,08 cbm Wasser zu bei einem Gefälle von 1,2 m; wie groß ist die sekundliche Leistung des Wassers (die sog. Wasserkraft)?

14) Ein Bach treibt eine Mühle, welche 36 Pferdekräfte Arbeit verlangt; die sekundliche Wassermenge ist 1,8 cbm; wie groß muß das Gefälle des Baches sein?

II. Zusammengesetzte Regeldetri (Vielsatz),

gelöst durch Schlüsse.

§ 7. Aufgaben von der Form:

„1) Wenn 20 Arbeiter in 14 Tagen 840 *M.* verdienen, was werden unter gleichen Umständen 30 Arbeiter in 6 Tagen verdienen?

2) In einer Fabrik sind im Winter 84 Arbeiter, welche wöchentlich, d. h. in 6 Tagen à 12 Std., zusammen 907,2 *M.* verdienen. Im Sommer werden aber wegen vermehrter Bestellungen noch mehr Arbeiter aufgenommen und man arbeitet täglich 14 Stunden, weßhalb der Wochenlohn 1260 *M.* beträgt. Wieviel Arbeiter sind im Sommer beschäftigt?“

nennt man zusammengesetzte Regeldetri-Aufgaben oder Vielsätze, welche durch Schlüsse in folgender Weise gelöst werden können:

Auflösung zu 1)

20 Arb.	14 Tg.	840 ℳ
30 „	6 „	x „

1 Arb. verdient in 14 Tg. $= \frac{840}{20}$ ℳ

1 „ „ „ 1 „ $= \frac{840}{20 . 14}$ „

30 „ verdienen „ 1 „ $= \frac{840 . 30}{20 . 14}$ „

30 „ „ „ 6 „ $= \frac{840 . 30 . 6}{20 . 14}$ „

$= 540$ ℳ

Auflösung zu 2)

84 M.	6 Tg.	à 12 Std.	907,2 ℳ
x „	6 „	à 14 „	1260 „

Es werden verdient

907,2 ℳ bei 12std. Arb. wöchentl. von 84 Mann

1 „ „ 12 „ „ „ „ $\frac{84}{907,2}$ „

1260 „ „ 12 „ „ „ „ $\frac{84 . 1260}{907,2}$ „

1260 „ „ 14 „ „ „ „ $\frac{84 . 1260}{907,2} . \frac{12}{14}$ „

daher $x = \frac{84 . 1260 . 12}{907,2 . 14} = 100$ Mann.

§ 8. Aufgaben.

1) 100 Arbeiter haben zusammen 7677,5 *M.* verdient, wobei der tägliche Verdienst eines Arbeiters 3,7 *M.* beträgt. Wie lange haben sie gearbeitet?

2) 21 Arbeiter haben in 33 Tagen 3257,1 *M.* verdient; wieviel erhielt 1 Mann täglich?

3) Mehrere Arbeiter haben in $18\frac{3}{4}$ Tagen zusammen 652,5 *M.* verdient, wobei per Tag und Mann 2,9 *M.* angesetzt war. Wie viele Arbeiter waren es?

4) 25 Arbeiter verdienen in 6 Tagen zusammen 405 *M.*; wieviel erhält 1 Mann per Tag?

5) 9 Mann haben in 30 Tagen 810 *M.* verdient; in welcher Zeit werden bei gleichem Lohne 12 Mann 3000 *M.* verdient haben, und was erhält 1 Mann täglich?

6) 70 Mann haben in $3\frac{3}{8}$ Tagen zusammen 661,5 *M.* verdient; in welcher Zeit würden 27 Mann dieselbe Summe verdienen können, und wieviel trifft auf 1 Mann täglich?

7) 5 Arbeiter, die nach Stück arbeiten, verdienen sich in 2 Wochen zusammen 91,2 *M.* Wieviel werden sich 20 Arbeiter, von denen jeder $^1/_8$ mehr fertig bringt, in 3 Wochen verdient haben?

8) Der Proviant einer 1500 Mann starken Festung reicht auf 3 Monate aus, wenn täglich $^7/_8$ Pfund auf den Mann gerechnet sind. Wie lange wird derselbe Vorrat reichen, wenn 300 Mann hinzukommen und alsdann nur $^6/_8$ Pfund auf einen Mann täglich gerechnet werden?

9) a) In einer Fabrik sind 84 Arbeiter beschäftigt, welche wöchentlich, also in 6 Tagen à 12 Std. zusammen 907,2 *M.* verdienen. Wegen Geschäftsstockung werden 24 Arbeiter entlassen und die übrigen arbeiten täglich 2 Stunden weniger. Wieviel wird nunmehr der Fabrikant wöchentlich an Arbeitslohn auszuzahlen haben?

b) Wenn aber der Fabrikant wegen vermehrter Bestellungen genötigt ist, noch mehr Arbeiter anzunehmen, und dieselben täglich 14 Stunden arbeiten müssen, so daß er jetzt wöchentlich an Arbeitslohn 1260 ℳ. zahlt, wie viele Arbeiter beschäftigt er jetzt im ganzen?

10 a) Jemand beschäftigt in den Wintermonaten 10 Arbeiter, welche täglich 8 Stunden arbeiten können, und bezahlt wöchentlich als Lohn 120 ℳ. In den Sommermonaten stellt er noch 8 Arbeiter mehr an. Wie groß wird der wöchentliche Arbeitslohn sämmtlicher Arbeiter im Sommer sein, wenn jeder um $\frac{1}{6}$ mehr arbeiten kann?

10 b) Wie lautet das Resultat, wenn nur die hinzugekommenen 8 Arbeiter je um $\frac{1}{6}$ mehr arbeiten.

11) 18 Arbeiter fertigen in 8 Tagen á 10 Std. 1728 Stücke irgend einer Waare. Es sollen nun in möglichst kurzer Zeit 3000 Stücke derselben Waare angefertigt werden, weßhalb noch 6 Arbeiter hinzugenommen und täglich $2\frac{1}{2}$ Std. länger gearbeitet werden muß. Wann wird die bestellte Waare abgeliefert werden können?

12) In welcher Zeit wird ein Wasserbehälter von 3,5 m Länge, 2 m Breite und 1,2 m Tiefe durch einen Brunnen mit 4 Röhren gefüllt, von denen jede in 10 Minuten 0,5 hl Wasser liefert?

13) Wenn 5 Arbeiter in 10 Tagen 8 Stücke Tuch verfertigen; wieviel Stück Tuch werden 24 Arbeiter in 90 Tagen anfertigen können?

14) Zur Tapezirung eines Saales waren 40 Stück Tapeten erforderlich, jedes 12,5 m lang und 1,4 m breit. Wieviel Stück von 37,5 m Länge und 70 cm Breite werden bei widerholter Tapezirung notwendig sein?

15) 20 Arbeiter verdienen in 14 Tagen à 10 Std.

560 *M.*; wieviel werden 16 Arbeiter in 22 Tagen á 8 Std. verdienen können?

16) Ein rechteckiger Garten von 36 m Länge und 24 m Breite wurde um 4320 *M.* gekauft; wieviel ist ein anderer Garten von 54 m Länge und 18 m Breite bei gleicher Güte wert, und wie hoch ist 1 a gerechnet?

17) Ein Wasserbehälter von 2,8 m Länge, 1,6 m Breite und 0,9 m Tiefe kann durch ein Wasserleitungsrohr in 5 Stunden gefüllt werden; in welcher Zeit wird ein anderer Behälter von 2 m Länge, 1,8 m Breite und 0,9 m Tiefe durch dasselbe Rohr gefüllt?

18) Ein Wasserbehälter ist 1,65 m lang, 0,8 m breit und 0,6 m tief; wie tief muß ein anderer Behälter werden, welcher bei gleichem Inhalte 1 m Länge und 1 m Breite erhalten soll?

19) Ein Wasserbehälter von 2 m 70 cm Länge, 1 m 5 cm Breite und 48 cm Tiefe wird durch eine Röhre gefüllt, welche in der Minute 7,2 l Wasser liefert. In welcher Zeit wird dies geschehen können?

20) a) Wieviel cbm Gas verbrennen 5 Flammen in 24 Stunden, wenn 1 Flamme per Stunde 120 l verbraucht?

b) Was kostet dieses Gas-Quantum, wenn für 100 cbm 27,5 *M.* gerechnet werden?

21) In einer Kaserne brennen täglich 30 Lampen $2\frac{1}{2}$ Std. lang und verbrauchen in 4 Wochen 30 l Petroleum. Nun gehen aber 6 Lampen ein und man will mit einem Vorrate von $42\frac{1}{2}$ l noch 6 Wochen ausreichen. Wie lange darf man die Lampen bei gleicher Beleuchtung täglich brennen lassen?

22) Was kostet die Beleuchtung eines Zimmers mit Gas in einem Monate zu 30 Tagen, wenn täglich 4

Flammen 5 Stunden lang brennen, eine Flamme per Stunde 0,12 cbm Gas verbraucht und für 100 cbm Gas 30 ℳ berechnet werden?

23) In einer Mühle mahlen 7 Gänge in $1\frac{1}{2}$ Tagen 340,2 hl Korn. Es werden 3 Gänge unbrauchbar, und es sollen noch 600 hl Korn gemahlen werden, wieviel Zeit gehört dazu?

24) Eine Eisenbahnbau-Compagnie besteht aus 150 Mann und kann eine bestimmte Strecke in 13 Wochen bei täglich $10\frac{1}{2}$stündiger Arbeitszeit fertig stellen. Nach 4 Wochen erhalten sie 30 Mann Verstärkung und deßhalb wird ihre tägliche Arbeitszeit um $1\frac{1}{2}$ Std. verkürzt. Wieviel Wochen werden sie dann noch bei gleichem Fleiße brauchen?

25) Zu einer Arbeit brauchen 25 Mann bei täglich $9\frac{1}{2}$stündiger Arbeitszeit $20\frac{1}{2}$ Wochen. Nachdem sie 5 Wochen gearbeitet haben, kommen noch 10 Mann hinzu und die Arbeitszeit wird täglich um $1\frac{1}{4}$ Stunden vermindert; wieviel Wochen werden sie dann noch zur Vollendung der Arbeit brauchen?

26) 30 Arbeiter vollenden ein Werk in 6 Tagen bei täglich 10stündiger Arbeit; wie lange brauchen 24 Arbeiter dazu, wenn sie täglich ebenfalls 10 Stunden beschäftigt sind, dagegen jeder von ihnen $\frac{1}{6}$ mehr arbeitet?

27) 400 Soldaten bringen nach dem Voranschlage einen gewissen Festungsbau bei täglich 10stündiger Arbeit in 6 Monaten fertig. Da aber dieser Bau schon nach 4 Monaten vollendet sein soll, so fragt es sich, wie viele Mann mehr erforderlich sind?

28) 5 Arbeiter, die nach Stück arbeiten, verdienen sich in 2 Wochen zusammen 165 ℳ. Wieviel werden sich 20 Arbeiter, von denen jeder $\frac{1}{8}$ mehr fertig bringt, in 3 Wochen verdient haben?

29) Der Proviant einer 1500 Mann starken Festung reicht auf 3 Monate aus, wenn täglich $\frac{7}{8}$ Pfund auf den Mann gerechnet werden. Wie lange wird derselbe Vorrat reichen, wenn 300 Mann hinzukommen und alsdann nur $\frac{6}{8}$ Pfund auf den Mann täglich gerechnet werden?

30) 20 Arbeiter würden mit einer Arbeit in 50 Tagen fertig werden. Da aber nach 3 Tagen 10 Arbeiter weggehen, so fragt es sich, wie lange die übrigen noch zu arbeiten haben?

31) 12 Arbeiter können eine Arbeit in 22 Tagen vollenden. Nach 6 Tagen kommen noch 4 Arbeiter hinzu. Nach wie vielen Tagen (von Anfang an gerechnet) wird nun die ganze Arbeit vollendet sein?

32) Bei einer Probe reichen 20 Mann mit einem Vorrat von 50 Ctr 4 Wochen, wenn täglich $10\frac{1}{2}$ Std. gearbeitet wird. Man schafft nun 8000 kg Vorrat an, läßt aber zuerst 15 Mann täglich 8 Std., dann 10 Mann täglich 10 Std. und zwar erstere 2, letztere 3 Wochen arbeiten. Dann erst stellt man wieder 20 Mann mit 9 Std. täglicher Arbeitszeit an; wie lange haben dieselben mit dem Vorrat noch zu arbeiten? *)

III. Die geometrischen Verhältnisse und Proportionen.

§ 9. Werden zwei unbenannte oder gleichbenannte Zahlen so verglichen, daß man angibt, wievielmal die eine größer als die andere ist, so hat man ein Verhältniß. Ein Verhältniß ist daher jeder formelle Quotient, z. B.:

$\frac{5}{8}$ oder 5 : 8 (sprich: „5 verhält sich zu 8");

$\frac{8\text{ m}}{5\text{ m}}$ oder 8 m : 5 m (sprich: „8 m verhalten sich zu 5 m").

*) Aus einem Einjährig-Freiwilligen-Examen zu Würzburg.

§ 10. Die beiden verglichenen Zahlen heißen die Glieder des Verhältnisses, und zwar die erste Vorderglied, die zweite Hinterglied.

Ist letzteres größer als das erstere, so nennt man das Verhältniß steigend, außerdem fallend.

§ 11. Zwei gleiche geometrische Verhältnisse (oder zwei gleiche Brüche) geben eine geometrische Proportion, z. B.

$$10 : 15 = 18 : 27$$
$$9 : 12 = 12 : 16$$

Das erste und vierte Glied nennt man die äußeren, das zweite und dritte die inneren oder mittleren Glieder der Proportion.

Das erste und dritte Glied (die beiden Vorderglieder), ebenso das zweite und vierte (die beiden Hinterglieder) heißt man die homologen oder gleichartigen Glieder.

Sind die beiden mittleren Glieder einer Proportion einander gleich, so nennt man die Proportion eine stetige, z. B.:

$9 : 12 = 12 : 16$, oder kürzer:
$9 : 12 : 16$

§ 12. Die beiden Verhältnisse (Quotienten), welche eine Proportion bilden, sind entweder unbenannt, gleichbenannt oder die Glieder je eines Verhältnisses haben dieselbe Benennung, z. B.

24 : 18 = 36 : 27
24 fl. : 18 fl. = 36 fl. : 27 fl.
24 fl. : 18 fl. = 36 M. : 27 M.
24 fl. : 18 fl. = 36 : 27

§ 13. In jeder geometrischen Proportion ist das

Product der beiden äußeren Glieder gleich dem der inneren, z. B.

$$15 : 10 = 27 : 18; \text{ hieraus folgt: }$$
$$15 . 18 = 27 . 10$$

§ 14. Ist umgekehrt das Product zweier Zahlen gleich dem Producte zweier anderen, so läßt sich aus diesen vier Zahlen jedesmal eine geometrische Proportion bilden, wenn man die Factoren des einen Products zu äußeren, die des andern zu innern Gliedern der Proportion macht, z. B.

Aus $7 . 9 = 3 . 21$ erhält man die Proportion:
$$7 : 3 = 21 : 9$$

§ 15. Sind von den vier Gliedern einer Proportion drei bekannt, so läßt sich (nach § 13) das fehlende Glied stets durch Rechnung bestimmen.

Man findet nämlich ein äußeres Glied, wenn man das Product der beiden Mittelglieder durch das bekannte äußere dividirt; ein inneres Glied wird gefunden, wenn man das Product der beiden äußeren Glieder durch das bekannte innere dividirt, z. B.:

1) $x : 15 = 108 : 180$

$$x = \frac{15 . 108}{180} = 9$$

2) $12 : x = 25 : 18$

$$x = \frac{12 . 18}{25} = 8{,}64$$

3) $10 : 12 = x : 15$

$$x = \frac{10 . 15}{12} = 12{,}5$$

4) $4 : 9 = 11 : x$

$$x = \frac{9 \cdot 11}{4} = 24\tfrac{3}{4}$$

§ 16. In jeder stetigen geometrischen Proportion ist das Product der beiden äußeren Glieder gleich dem Quadrate des Mittelgliedes, z. B.:

Aus $9 : 12 = 12 : 16$ folgt:
$9 \cdot 16 = 12 \cdot 12 = 12^2$

Anmerkung. $12 \cdot 12$ oder 12^2 nennt man das Quadrat von 12.

§ 17. Ist umgekehrt das Product zweier Zahlen gleich dem Quadrate einer dritten, so läßt sich aus diesen drei Zahlen eine stetige geometrische Proportion bilden, wenn man die Factoren des Products zu äußeren und die dritte Zahl zum inneren Gliede der Proportion macht, z. B.

Aus $3 \cdot 192 = 24 \cdot 24$ folgt:
$3 : 24 = 24 : 192$.

§ 18. Da eine Proportion so lange richtig bleibt, als die beiden Quotienten gleiche Werte geben oder so lange das Product der beiden äußeren Glieder gleich dem der mittleren ist, so können mit derselben verschiedene Umformungen vorgenommen werden, von denen die nachstehenden die wichtigsten sind:

1) Man darf die mittleren und äußeren Glieder verwechseln und die Verhältnisse umkehren, so daß eine Proportian in acht verschiedenen Formen angeschrieben werden kann, z. B.:

$10 : 15 = 18 : 27$	$15 : 10 = 27 : 18$
$10 : 18 = 15 : 27$	$15 : 27 = 10 : 18$

$18 : 27 = 10 : 15$	$27 : 18 = 15 : 10$
$18 : 10 = 27 : 15$	$27 : 15 = 18 : 10$

2) Man darf ein äußeres und ein inneres Glied mit derselben Zahl multipliciren oder durch dieselbe Zahl dividiren, z. B.:

a) $2\frac{3}{5} : 3\frac{5}{9} = 9\frac{3}{4} : 13\frac{1}{3}$, oder
$\frac{13}{5} : \frac{32}{9} = \frac{39}{4} : \frac{40}{3}$; hieraus folgt:
$13.9 : 32.5 = 39.3 : 40.4$, und hieraus
$9 : 32.5 = 3.3 : 40.4$, und hieraus
$9 : 32 = 9 : 32$

b) $112\frac{1}{2} : 87\frac{1}{2} = 15\frac{3}{4} : 12\frac{1}{4}$
$9.12\frac{1}{2} : 7.12 = \frac{63}{4} : \frac{49}{4}$
$9 : 7 = 63 : 49$
$= 9 : 7$

c) $93\frac{3}{4} : 118\frac{3}{4} = 100 : 126\frac{2}{3}$
$15 . 6\frac{1}{4} : 19 . 6\frac{1}{4} = 100 : \frac{380}{3}$
$15 : 19 = 300 : 380$
$= 15 : 19.$

3) Aus der Proportion:

$$36 : 27 = 24 : 18 \text{ folgt:}$$
$$(36 + 27) : (24 + 18) = 36 : 24 \text{ oder}$$
$$= 27 : 18$$
$$(36 - 27) : (24 - 18) = 36 : 24 \text{ oder}$$
$$= 27 : 18; \text{ d. h.}$$

in jeder Proportion verhält sich die Summa (oder Differenz) des ersten und zweiten Gliedes zur Summe (oder Differenz) des dritten und vierten Gliedes, wie das erste Glied zum dritten, oder das zweite zum vierten.

4) Aus der Proportion:

$$36 : 27 = 24 : 18 \text{ folgt:}$$

$$(36 + 24) : (27 + 18) = 36 : 27 \text{ oder}$$
$$= 24 : 18$$
$$(36 - 24) : (27 - 18) = 36 : 27 \text{ oder}$$
$$= 24 : 18; \text{ d. h.}$$

in jeder Proportion verhält sich die Summe (oder Differenz) der beiden Vorderglieder zur Summe (oder Differenz) der beiden Hinterglieder, wie irgend ein Vorderglied zu seinem Hintergliede.

5) Aus der Proportion

$$36 : 27 = 24 : 18 \text{ folgt (nach 3):}$$

$(36 + 27) : (36 - 27) = (24 + 18) : (24 - 18)$; d. h. in jeder Proportion verhält sich die Summe der beiden ersten Glieder zu ihrer Differenz, wie die Summe der beiden letzten Glieder zu ihrer Differenz.

6) Aus der Proportion:

$$36 : 27 = 24 : 18 \text{ folgt (nach 4):}$$

$(36 + 24) : (36 - 24) = (27 + 18) : (27 - 18)$; d. h. in jeder Proportion verhält sich die Summe der beiden Vorderglieder zu ihrer Differenz, wie die Summe der beiden Hinterglieder zu ihrer Differenz.

§ 19. Aus den gleichen Verhältnissen

$$15 : 20 = 60 : 80 = 90 : 120 \text{ (oder } 15 : 60 : 90 = 20 : 80 : 120)$$

folgt die Proportion:

$(15 + 60 + 90) : (20 + 80 + 120) = 15 : 20$; d. h.

Sind mehrere Verhältnisse einander gleich, so verhält sich die Summe aller Vorderglieder zur Summe aller Hinterglieder, wie irgend ein Vorderglied zu seinem Hintergliede.

§ 20. Zwei oder mehrere Proportionen können durch Multiplikation der zusammengehörigen Glieder in eine Proportion verwandelt werden, z. B.:

a)
$$\begin{array}{r}15 : 10 = 27 : 18\\ 24 : 18 = 36 : 27\\ \hline 15 \,.\, 24 : 10 \,.\, 18 = 27 \,.\, 36 : 18 \,.\, 27\end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r}1 : 2 = 3 : 6\\ 9 : 12 = 6 : 8\\ 10 : 5 = 8 : 4\\ \hline 1 \,.\, 9 \,.\, 10 : 2 \,.\, 12 \,.\, 5 = 3 \,.\, 6 \,.\, 8 : 6 \,.\, 8 \,.\, 4\\ = 3 \qquad : 4;\end{array}$$

oder in anderer Form:

$$\left.\begin{array}{r}1 : 2\\ 9 : 12\\ 10 : 5\end{array}\right\} = 3 : 4$$

Eine solche Proportion nennt man eine zusammengesetzte, und man sagt hier, das Verhältniß 3 : 4 sei zusammengesetzt aus den drei Verhältnissen 1 : 2; 9 : 12 und 10 : 5.

§ 21. Zwei Proportionen können durch Division der zusammengehörigen Glieder in eine Proportion verwandelt werden, z. B.:

Aus den Proportionen

$$\begin{array}{r}9 : 5 = 6 : 3\tfrac{1}{3}\\ 4\tfrac{2}{3} : 8 = 7 : 12\end{array}$$ erhält man

1) $$\frac{9}{(4\frac{2}{3})} : \frac{5}{8} = \frac{6}{7} : \frac{(3\frac{1}{3})}{12}$$ oder

$$\frac{27}{14} : \frac{5}{8} = \frac{6}{7} : \frac{10}{36}$$

2) $\frac{(4\frac{2}{3})}{9} : \frac{8}{7} = \frac{7}{6} : \frac{12}{(3\frac{1}{3})}$ oder

$\frac{14}{27} : \frac{8}{5} = \frac{7}{6} : \frac{36}{10}$

§ 22. Haben zwei Proportionen gleiche Vorderglieder oder gleiche Hinterglieder, so sind im ersten Falle die Hinterglieder, im zweiten die Vorderglieder proportionirt, z. B.:

1) Die beiden Proportionen

$12 : 18 = 15 : 22\frac{1}{2}$
$12 : 10 = 15 : 12\frac{1}{2}$ geben folgende:

$18 : 10 = 22{,}5 : 12{,}5$

2) Die beiden Proportionen

$9 : 15 = 21\frac{3}{5} : 36$
$12 : 15 = 28\frac{4}{5} : 36$ geben folgende:

$9 : 12 = 21{,}6 : 28{,}8$

§ 23. Haben zwei Proportionen gleiche äußere oder gleiche innere Glieder, so sind im ersten Falle die inneren, im zweiten die äußeren Glieder umgekehrt proportionirt, z. B.:

1) Aus den beiden Proportionen

$6\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2} = 28\frac{8}{9} : 10\frac{5}{6}$
$6\frac{2}{3} : 1\frac{4}{9} = 50 : 10\frac{5}{6}$ folgt:

$2\frac{1}{2} : 1\frac{4}{9} = 50 : 28\frac{8}{9}$

2) Aus den beiden Proportionen

$6\frac{3}{7} : 7\frac{2}{9} = 2\frac{1}{13} : 2\frac{1}{3}$
$5 : 7\frac{2}{9} = 2\frac{1}{13} : 3$ folgt:

$6\frac{3}{7} : 5 = 3 : 2\frac{1}{3}$

§ 24. Aufgaben über die geometrischen Verhältnisse und Proportionen. *)

Man soll das Verhältniß folgender Münzen, Maße und Gewichte in ganzen Zahlen angeben:

1) 1 südd. Gulden zu 1 Thaler.
2) 1 Thaler zu 1 südd. Gulden.
3) 1 Franc zu 1 südd. Gulden.
4) 1 Thaler zu 1 Franc.
5) 1 östr. Gulden zu 1 Thaler.
6) 1 östr. Gulden zu 1 südd. Gulden.
7) 1 Franc zu 1 östr. Gulden.
8) 1 Franc zu 1 Mark.
9) 1 Mark zu 1 Franc.
10) 1 Franc zu 1 Pfennig.
11) 1 Centime zu 1 Mark.
12) 1 Centimeter zu 1 Dekameter.
13) 1 Meter zu 1 Kilometer.
14) 1 Quadratdekameter zu 1 Quadratmeter.
15) 1 Quadratmeter zu 1 Hektar.
16) 1 Centiar zu 1 Hektar.
17) 1 Cubikmeter zu 1 Hektoliter.
18) 1 Liter zu 1 Cubikmeter.
19) 1 Cubikcentimeter zu 1 Liter.
20) 1 Cubikmillimeter zu 1 Centiliter.
21) 1 Pfund zu 1 Kilogramm.
22) 1 Centner zu 1 Tonne.
23) 1 Decigramm zu 1 Milligramm.

---

*) In den nachstehenden Verhältnissen sollen folgende feste Werte angenommen werden:

7 *fl.* südd. = 15 *Frs.*
1 *fl.* ö. = 2 *M.*
1 *Fr.* = 0,8 *M.*

24) 1 Milligramm zu 1 Kilogramm.

25) 1 Centigramm zu 1 Dekagramm.

Man bilde aus nachstehenden je zwei gleichen Quotienten zwei geometrische Proportionen (eine mit fallenden und eine mit steigenden Verhältnissen):

26) $\frac{3}{8} = \frac{21}{56}$

27) $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

28) $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$

29) $\frac{10}{5} = \frac{30}{15}$

30) $\frac{11}{3} = \frac{\left(3\frac{2}{3}\right)}{1}$

31) $\frac{15}{11} = \frac{9}{\left(6\frac{3}{5}\right)}$

32) $\frac{8}{11} = \frac{5}{\left(\frac{55}{8}\right)}$

33) $\frac{180}{7} = \frac{27}{\left(\frac{21}{20}\right)}$

34) $\frac{\left(6\frac{4}{9}\right)}{\left(3\frac{1}{3}\right)} = \frac{5{,}8}{3}$

35) $\frac{\left(24\frac{3}{8}\right)}{\left(8\frac{3}{4}\right)} = \frac{39}{14}$

36) $\frac{\left(10\frac{4}{5}\right)}{\left(15\frac{1}{3}\right)} = \frac{\left(6\frac{3}{4}\right)}{\left(9\frac{7}{12}\right)}$

37) $\frac{\left(7\frac{2}{9}\right)}{\left(6\frac{3}{7}\right)} = \frac{\left(2\frac{1}{3}\right)}{\left(2\frac{1}{13}\right)}$

Aus je zwei folgenden gleichen Producten sollen zwei geometrische Proportionen (eine mit steigenden, die andere mit fallenden Verhältnissen) gebildet werden.

38) $4 \,.\, 8 = 2 \,.\, 16$	40) $4{,}5 \,.\, 6 = 27 \,.\, 1$
39) $9 \,.\, 5 = 3 \,.\, 15$	41) $2{,}5 \,.\, 1{,}5 = 7{,}5 \,.\, 0{,}5$

42) $12 \cdot 12 = 9 \cdot 16$

43) $15 \cdot 15 = 25 \cdot 9$

44) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 2 \cdot \frac{1}{72}$

45) $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 1 \cdot 0{,}25$

46) Die Proportionen

a) $28 : 35 = 4 : 5$

b) $8 : 24 = 24 : 72$

sollen in acht, beziehungsweise in vier verschiedenen Formen angeschrieben werden.

47) Die in Nro. 30 mit 37, dann 40, 41, 44 und 45 gebildeten Proportionen sollen so umgeformt werden, daß alle Glieder nur ganze Zahlen vorstellen.

48) Die Proportionen in Nro. 26 mit 29 sollen so verändert werden, daß das dritte Glied stets 1 ist.

49) Die beiden Proportionen

$$5 : 2 = 15 : 6$$
$$4 : 3 = 12 : 9$$

sollen durch Multiplication in eine Proportion vereinigt werden.

50) Die beiden Proportionen

$$2{,}4 : 28 = 0{,}48 : 5{,}6$$
$$3{,}6 : 108 = 0{,}5 : 15$$

sollen durch Division auf zweifache Art in eine Proportion umgewandelt werden, deren Glieder ganze Zahlen sind.

51) Die drei Proportionen

$$2 : 8 = 1 : 4$$
$$5 : 15 = 4 : 12$$
$$3 : 6 = 12 : 24$$

sollen durch Multiplication zu einer Proportion vereinigt werden.

52) Die beiden Proportionen

a) $15 : 8 = 45 : 24$
$15 : 12 = 30 : 24$ und

b) $80 : 36 = 20 : 9$
$30 : 36 = 20 : 24$

sollen durch Division in je eine Proportion so verwandelt werden, daß die einzelnen Glieder ganze Zahlen sind.

53) Desgleichen die Proportionen-Paare:

a) $18 : 40 = 27 : 60$
$18 : 60 = 27 : 90$

b) $90 : 54 = 120 : 72$
$45 : 54 = 60 : 72$

In nachstehenden Proportionen soll das fehlende Glied berechnet werden:

54) $x : 7 = 9 : 16$

55) $x : 12 = 15 : 27$

56) $11 : x = 7 : 15$

57) $2{,}5 : x = 3{,}5 : 7{,}2$

58) $14 : 15 = x : 48$

59) $\frac{5}{6} : \frac{2}{3} = x : \frac{4}{9}$

60) $3\frac{1}{3} : 6 = 10\frac{2}{3} : x$

61) $7 : x = 4\frac{2}{3} : 8$

62) $12 : 25 = 4{,}5 : x$

63) $\left.\begin{matrix} 32{,}4 : 1 \\ 2{,}5 : 1 \end{matrix}\right\} = 180 : x$

64) $\left.\begin{matrix} 3 : 8 \\ 4 : 15 \\ 5 : 6 \end{matrix}\right\} = 100 : x$

Aus nachfolgenden zusammengesetzten Proportionen soll eine einfache gebildet und der Wert für x daraus bestimmt werden:

65) $18 : 45 = 21 : y$
$270 : 72 = y : x$

66) $100 : 12{,}5 = 240 : y$
$93\frac{3}{4} : 6{,}25 = y : x$

67) $37{,}5 : 18{,}75 = 1000 : z$
$83\frac{1}{3} : 16\frac{2}{3} = z : y$
$87{,}5 : 112{,}5 = y : x$

68) $\frac{5}{9} : \frac{7}{18} = 825 : z$
$\frac{15}{16} : 10\frac{2}{7} = z : y$
$\frac{11}{12} : \frac{19}{24} = y : x$

69) Der Situationsplan eines Dorfes sei im verjüngten Maßstab = 1/5000 gezeichnet, d. h. jede Linie des Planes ist 5000mal kleiner als die entsprechende Linie in der Wirklichkeit. Wenn nun auf diesem Plane die Länge der Kirche 8,4 mm beträgt, wie lang ist dieselbe in der Wirklichkeit?

70) Welcher Maßstab ist folgenden Plänen zu Grunde gelegt:

a) 1000 m natürliche Größe = 2 mm auf dem Plan,
b) 10 m „ „ = 4 mm „ „ „
c) 1 m „ „ = 4 cm „ „ „

71) Auf einem Plane im Maßstab 1 : 20000 ist ein Bahnhofgebäude 1,2 cm lang; welche Länge hat dasselbe in Wirklichkeit?

72) Ein 20,5 m langes Gebäude hat auf einem Plane eine Länge von 2,05 cm. Welches ist der Maßstab der Verjüngung?

73) Auf einem Situationsplane stellt 1 Millimeter eine Länge von 50 cm in der wirklichen Größe vor. Welches ist der Maßstab dieses Planes?

74) Auf einer Kriegskarte stellen 12,5 mm eine Länge von 1 km vor. Welches ist der Maßstab der Verjüngung?

75) Belgien, Frankreich und die Schweiz haben ihren geographischen Karten folgende Maßstäbe zu Grunde gelegt:

1	Kilometer	natürl.	Größe	=	25	Millimeter	a. d. Karte
1	"	"	"	=	20	"	"
10	"	"	"	=	125	"	"
10	"	"	"	=	100	"	"
10	"	"	"	=	62,5	"	"
100	"	"	"	=	162,5	"	"

Man drücke jeden einzelnen Maßstab durch ein Verhältniß (Bruch) aus, dessen Vorderglied 1 ist.

76) Wenn 3 Fünffrancsstücke gesetzlich 67,5 g und 4 Thaler $66\frac{2}{3}$ g Feinsilber enthalten, welches ist hiernach das Wertverhältniß zwischen Francs und Thalern, ausgedrückt in *ganzen* Zahlen?

77) Das deutsche Zwanzig-Markstück wiegt $7\frac{2423}{2511}$ g, das französische Zwanzigfrancstück $6\frac{14}{31}$ g; wie verhalten sich die Gewichte der beiden Goldmünzen, in *ganzen* Zahlen ausgedrückt?

78) Aus 1 kg Feingold werden gesetzlich geprägt:

a) in Deutschland 2790 Mark,

b) in Frankreich $3444\frac{4}{9}$ Francs,

c) in Skandinavien 2480 Kronen; welches ist hiernach das Verhältniß zwischen Mark, Francs und Kronen, in *ganzen* Zahlen ausgedrückt?

79) Bezeichnet a den Halbmesser des Aequator,

b den Halbmesser eines Meridians, so ist die Abplattung der Erde durch den Ausdruck

$$\frac{a-b}{a} \text{ gegeben.}$$

Wenn nun (nach den Untersuchungen der Astronomen Bessel und Encke)

$$a = 3272077{,}14 \text{ Toisen},$$
$$b = 3261139{,}33 \quad \text{„}$$

wie groß ist alsdann obiges Verhältniß und zwar mit dem Zähler 1?

(Im Nenner sind 4 Decimalstellen anzugeben!)

IV. Anwendung der Proportionslehre zur Lösung der einfachen und zusammengesetzten Regeldetri-Aufgaben.

a) Einfache Regeldetri.

§ 25. Jede Regeldetri-Aufgabe enthält zwei ihrer Natur nach verschiedenartige Dinge, von denen jedes doppelt vorkommt, z. B.

Waare und Geld; Arbeit und Geld; Arbeiter und Zeit.

Diese zwei verschiedenartigen Dinge müssen von einander abhängen, oder, wie man sagt, aufeinander wirken. Zwei Dinge können aber auf zweierlei Art auf einander wirken, 1) direct oder gerade, d. h. so, daß mit der Zu- oder Abnahme des einen auch eine Zu- oder Abnahme des anderen verbunden ist; 2) indirect oder verkehrt, d. h. so, daß die Zu- oder Abnahme des einen Dinges eine Ab- oder Zunahme des anderen bedingt.

Von den Größen der ersten Art sagt man, sie seien gerade proportional, von denen der zweiten, sie seien umgekehrt proportional. Gerade proportionale Größen sind:

Das Gewicht einer Waare und ihr Preis;

der Verdienst eines Arbeiters und die Arbeitszeit;

das Kapital und die Zinsen.

Umgekehrt proportionale Größen sind:

Die Zahl der Arbeiter und die Arbeitszeit für eine bestimmte Arbeit;

Die Anzahl der Soldaten und die Zeit, auf welche ein bestimmter Vorrat reicht.

§ 26. Beispiele.

1) Wenn 3 kg einer Waare 14 ℳ. kosten, wie hoch kommen 5 kg derselben Waare?

Auflösung. Je mehr kg, desto mehr Geld, die Größen sind gerade proportionirt, daher heißt die Proportion:

3 kg : 5 kg = 14 ℳ. : x ℳ.

oder 3 : 5 = 14 ℳ. : x ℳ.;

hieraus $x = \frac{5 \,.\, 14 \text{ ℳ.}}{3} = 23{,}33$ ℳ.

2) 15 Arbeiter haben 43,5 ℳ. verdient; wieviel würden unter gleichen Umständen 9 Arbeiter verdient haben?

Auflösung. Je weniger Arbeiter, desto weniger Verdienst; die Größen sind wieder gerade proportional, daher:

15 Arb. : 9 Arb. = 43,5 ℳ. : x ℳ., oder

15 : 9 = 43,5 ℳ. : x ℳ.; hieraus

$x = \frac{9 \,.\, 43{,}5 \text{ ℳ.}}{15} = 26{,}1$ ℳ.

3) Wenn 5 Arbeiter zu irgend einer Arbeit 18 Tage brauchen, wie lange werden 9 Arbeiter mit derselben Arbeit zu tun haben:

Auflösung: Je mehr Arbeiter, desto weniger

Zeit für dieselbe Arbeit; die Größen sind hier umgekehrt proportional, daher:

$$9 \text{ Arb.} : 5 \text{ Arb.} = 18 \text{ Tg.} : x \text{ Tg., oder}$$

$$9 : 5 = 18 \text{ Tg.} : x \text{ Tg.};$$

hieraus $$x = \frac{5 \,.\, 18 \text{ Tg.}}{9} = 10 \text{ Tg.}$$

§ 27. Zwei Zahlen stehen mit einander im quadratischen Verhältniß, wenn die eine von der andern so abhängig ist, daſs, wenn diese 2, 3, 4, 5 .... mal größer wird, die erste 2^2, 3^2, 4^2, 5^2 .... mal größer wird, z. B.:

1) Hat ein Quadrat 1 m und ein anderes Quadrat 3 m Seite, so sind ihre Flächen 1^2 und 3^2 qm.

Während sich also die Seiten der beiden Flächen wie 1 : 3 verhalten, verhalten sich die Flächen selbst wie 1 : 9.

2) Haben 2 Kreise 5 m und 10 m Halbmesser, so sind ihre Flächen (vergl. I. Teil § 110) $5^2 \,.\, 3{,}14$ und $10^2 \,.\, 3{,}14$.

Während sich also die Halbmesser wie 5 : 10 oder wie 1 : 2 verhalten, verhalten sich die Flächen der Kreise wie $5^2 \,.\, 3{,}14$ zu $10^2 \,.\, 3{,}14$, oder wie $5^2 : 10^2$ oder wie 1 : 4.

Wir können also sagen: Die Flächen zweier Kreise verhalten sich wie die Quadrate der Halbmesser.

§ 28. Zwei Zahlen stehen mit einander im kubischen Verhältniß, wenn die zweite von der ersten so abhängt, daſs, wenn diese 2, 3, 4, 5 .... mal größer wird, die andere 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 .... mal größer wird, z. B.:

Ist die Kante eines Würfels = 1 m, die eines andern = 3 m, so sind die entsprechenden Inhalte = 1 und 27 cbm.

Während sich also die Kanten wie 1 : 3 verhalten, verhalten sich die Inhalte wie 1 : 3^3 oder wie 1 : 27.

Wir können also sagen: Die Inhalte zweier Würfel verhalten sich wie die Cubus der Kanten.

§ 29. Aufgaben.

1) 2118 kg einer Waare wurden um 317,7 ℳ. eingekauft, wie hoch 1 Ctr?

2) 79 kg 875 g einer Waare hat man um 3003,3 ℳ. gekauft; wie hoch waren 100 kg berechnet?

3)	1	cbm	14,4	ℳ.
	73,5	hl	x	„
4)	1	hl	10,8	ℳ.
	12,875	cbm	x	„
5)	6,375	cbm	1032,75	ℳ.
	4	hl	x	„
6)	12,4	hl	141,36	ℳ.
	11	cbm	x	„

7) Wenn 1 hl 85 ℳ. kostet, wie hoch kommen

a) $87\frac{1}{2}$ l
b) $112\ \frac{1}{2}$ l?

8) 93 kg 750 g einer Waare wurden mit 137,5 ℳ. bezahlt; wie hoch kommen

a) 100 kg;
b) 106,25 „?

9) 15,8 cbm erhält man um 387,1 ℳ., wieviel hl um 193,55 ℳ.?

10) 64,88 hl kaufte man um 1330,04 *M.*; wieviel cbm wird man für 15867 *M.* erhalten?

11) Die Seiten zweier Quadrate sind 1,5 m und 6 m lang; wie verhalten sich ihre Flächeninhalte?

12) Die Durchmesser zweier Kreise sind 5 m und 8 m; wie vielmal ist die Fläche des zweiten Kreises größer als die des ersten?

13) Die Kanten zweier Würfel sind 0,2 m und 0,5 m; wie vielmal ist der Inhalt des ersten Würfels in dem des zweiten enthalten?

14 a) Ein Platz enthält 1000 quadratische Platten von 30 cm Seite; wie viele Platten von 40 cm Seite würden erforderlich gewesen sein?

14 b) Ein Hofraum enthält 392 quadratische Platten von 26 cm Seite; wie viele Platten von 28 cm würden für denselben Raum ausreichen?

15) Eine gewisse Fläche enthält 1000 Platten von einer bestimmten Größe. Wieviel gehen auf dieselbe Fläche,

a) wenn die Platten um $\frac{1}{4}$ größer,
b) wenn sie um $\frac{1}{4}$ kleiner sind?

16) Der Rauminhalt des Stammholzes verhält sich zu dem des Scheitholzes wie 10 : 13; wieviel Ster Scheitholz geben daher 84,5 cbm Stammholz?

17) Ein Körper fällt in der ersten Sekunde 4,9 m; wie tief ist ein Schacht, wenn ein in denselben fallender Stein in $3\frac{1}{2}$ Sekunden den Boden erreicht? (Die vom Anfang an zurückgelegten Wege verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten.)

18) Ein Würfel von 15 cm Kantenlänge faßt ge-

nau $3\frac{3}{8}$ Liter. Wieviel Liter hält ein anderer cubischer Raum von 30 cm Kantenlänge? (Vergl. § 28.)

19) Ein Weinberg enthält 6400 Stöcke, welche quadratisch in $1\frac{1}{4}$ m Entfernung gesetzt sind. Derselbe soll wieder neu angelegt werden, jedoch so, daſs die Stöcke nur 1 m Entfernung haben. Wieviel Stöcke wird man nun auf dieselbe Fläche pflanzen können?

20) Der Durchmesser eines Kreises verhält sich zu dessen Peripherie (nach Metius) wie 113 : 355.

a) Wie groß ist der Umfang eines Kreises von 1,5 m Durchmesser?

b) Welches ist der Durchmesser eines Kreises von 88,75 m Umfang?

21) Wie lauten die Resultate der vorigen Aufgabe, wenn das Verhältniß des Durchmesser zur Peripherie (nach Archimedes) 7 : 22 ist?

22) Wie lauten die Resultate der Aufgabe 20, wenn sich der Durchmesser zur Peripherie (nach Ludolph van Ceulen) wie 1 : 3,14159 . . . . verhält?

Anmerkung. Die Zahl 3,14159 . . . . heißt in der Geometrie die Ludolph'sche Zahl und wird gewöhnlich mit dem griechischen Buchstaben π (sprich „pi") bezeichnet (vergl. I. Teil § 90 Aufg. 40).

23) Es sind drei gerade Linien gegeben, nämlich:

$$a = 3{,}7 \text{ m}$$
$$b = 5{,}6 \text{ m}$$
$$c = 10{,}4 \text{ m}$$

Man soll die vierte geometrische Proportionallinie x finden, so daſs die Proportion stattfindet:

$$a : b = c : x$$

24) Es sind zwei Linien gegeben, nämlich:

$$a = 4{,}41 \text{ m}$$
$$b = 10{,}5 \text{ m}$$

Man soll die dritte geometrische Proportionallinie x suchen, so dass die Proportion gilt:

$$a : b : x$$

25) Wieviel Sekunden hindurch muss die Umdrehung des Triebrades einer Lokomotive beobachtet werden, damit die Anzahl der Umdrehungen gleich sei der Anzahl Kilometer, welche das Rad in einer Stunde zurücklegt?

Auflösung. Macht das Rad in x Sekunden n Umdrehungen, so muss es per Stunde n Kilometer zurücklegen. Bezeichnet d den Raddurchmesser, so ist d . π dessen Umfang und man hat nun folgende Proportion:

n km : n Umdreh. = 1 Stunde : x Sekunden, oder

$$1000n : n \,.\, d\pi = 3600 : x$$
$$1000 : d\pi = 3600 : x$$
$$x = \frac{3600 \,.\, d\pi}{1000} = 3{,}6\, d\pi$$

Zahlenbeispiel. Es sei d = 1,5 m, so ist

$$x = 3{,}6 \,.\, 1{,}5 \,.\, 3{,}1416$$

= 16,96 od. nahezu 17 [Sek.

Die Zahl der Radumdrehungen in 17 Sekunden ist somit die Anzahl Kilometer, welche ein Rad mit 1,5 m Durchmesser in jeder Stunde (bei gleichförmiger Bewegung) zurücklegt.

b) Zusammengesetzte Regeldetri.

§ 30. Bei der zusammengesetzten Regeldetri (Regel multiplex) wirken mehr als zwei verschiedene Dinge auf einander.

Je nachdem 5, 7, 9 .... Zahlen bekannt sind und die 6., 8., 10. .... gesucht wird, heißt die Regel multiplex auch Regel **quinque** (Fünfsatz), Regel **septem** (Siebensatz), Regel **novem** (Neunsatz) u. s. w.

§ 31. Das Verfahren bei der Auflösung eines Vielsatzes durch Proportionen soll durch nachstehende Beispiele erläutert werden:

1) Wenn 20 Arbeiter in 14 Tagen à 10 Stunden 896 M. verdienen, wieviel werden unter sonst gleichen Umständen 45 Arbeiter in 6 Tagen à 12 Stunden verdienen können?

Auflösung.

20 Arb.	14 Tg.	à 10 St.	896 M.
45 „	6 „	à 12 „	x „

Diese Aufgabe läßt sich in drei Regeldetri-Beispiele zerlegen, nämlich:

a) $20 : 45 = 896 : y$

$y = 2016$ M.

Hier ist die Anzahl der M. nur abhängig von der Anzahl der Arbeiter.

b) $14 : 6 = 2016 : z$

$z = 864$ M.

Hier ist die Anzahl der M. abhängig von der Anzahl der Arbeiter **und** der Anzahl der Tage.

c) $10 : 12 = 864 : x$

$x = 1036,8$ M.

In dieser Proportion ist die Anzahl der M. abhängig von der Zahl der Arbeiter, Tage und Stunden.

Stellt man nun die drei Proportionen a, b und c zusammen, so ist:

$$\begin{aligned} 20 : 45 &= 896 : y \\ 14 : 6 &= y : z \\ 10 : 12 &= z : z; \text{ oder:} \end{aligned}$$

$$\left.\begin{matrix} 20 : 45 \\ 14 : 6 \\ 10 : 12 \end{matrix}\right\} = 896 : x$$

$$x = \frac{45 . 6 . 12 . 896}{20 . 14 . 10} = 1036{,}8 \text{ M.}$$

Man sagt hier: Das Verhältniß 896 : x ist zusammengesetzt aus den drei Verhältnissen 20 : 45; 14 : 6 und 10 : 12.

Der Arbeitslohn hängt also ab,

a) von der Anzahl der Arbeiter,
b) von der Anzahl der Arbeitstage,
c) von der Anzahl der täglichen Arbeitsstunden.

Anmerkung. Jeder der 20 Arbeiter verdient täglich $\frac{896}{20 . 14} = 3{,}2$ M.;

jeder der 45 Arbeiter dagegen $\frac{1036{,}8}{45 . 6} = 3{,}84$ M.

Die täglichen Löhne je eines Arbeiters der beiden Abteilungen verhalten sich daher

wie 3,2 : 3,84 oder
wie 320 : 384 oder
wie 10 : 13; d. h. die täglichen Löhne sind der Zal der täglichen Arbeitsstunden proportional, wie es in diesem Beispiele auch sein muß.

2) 20 Arbeiter haben in 14 Tagen à 10 Stunden 896 M. verdient; in welcher Zeit werden 45 Mann 1036,8 M. verdient haben, wenn sie täglich 2 Std. länger arbeiten?

Auflösung.

20 Arb.	14 Tg.	à 10 Std.	896 M.
45 „	x „	à 12 „	1036,8 „

$$\left.\begin{array}{r} 45 : 20 \\ 12 : 10 \\ 896 : 1036{,}8 \end{array}\right\} = 14 : x$$

$$x = \frac{20 \,.\, 10 \,.\, 1036{,}8 \,.\, 14}{45 \,.\, 12 \,.\, 896} = 6 \text{ Tg.}$$

Hier schließt man also:

Je mehr Arbeiter, desto weniger Tage, daher 45 : 20; je mehr tägliche Arbeitsstunden, desto weniger Tage, daher 12 : 10; je mehr Lohn, desto mehr Tage, daher 896 : 1036,8.

Die Arbeitszeit ist proportional:

a) umgekehrt der Anzahl der Arbeiter,
b) umgekehrt der Anzahl der täglichen Arbeitsstunden,
c) gerade dem Gesammtarbeitslohne.

Anmerkung: Man sieht, dass diese Aufgabe eine Probe zur Aufgabe 1 war und dass noch 6 Proben zur nämlichen Aufgabe gemacht werden können, welche als fernere Uebung dienen mögen.

V. Kettenregel.

§ 32. Es kommt nicht selten vor, dass zur Auflösung einer Aufgabe mehrere Proportionen erforderlich sind, obwohl diese nur eine Regeldetri-Aufgabe ist, z. B.

Wenn 1 bayer. Tagwerk um 14000 südd. Gulden verkauft wurde, auf wieviel M. berechnet sich 1 a?

(1 Tagw. = 40000 □'; 1 qm = 11,74 □'; 7 fl. = 12 M.)

Auflösung.

1 M.:	1 a	= 1	: x
1 a :	1 qm	= 100	: 1
1 qm :	1 □'	= 11,74	: 1
1 □' :	1 Tgw.	= 1	: 40000
1 Tgw:	1 fl.	= 14000	: 1
1 fl. :	1 M.	= 12	: 7; daher nach § 20:

1 : 1 = (100 . 11,74 . 14000 . 12) : (x . 40000 . 7) u. hieraus:

$$x = \frac{100 \, . \, 11{,}74 \, . \, 14000 \, . \, 12}{40000 \, . \, 7} = 704{,}4 \text{ M.}$$

§ 33. Die Proportionen

1 M. : 1 a = 1 : x
1 Tagw. : 1 fl. = 14000 : 1 u. s. w.

in obiger Auflösung verstoßen scheinbar gegen § 12, nach welchem es unzulässig ist, M. mit a, Tagw. mit fl. u. s. w. zu vergleichen. Diese Proportionen sind jedoch so zu verstehen, daß die Geldwerte von M. und a, Tagw. mit fl. u. s. w. in Verhältniß gesetzt sind.

§ 34. Da in jeder Proportion das Product der äußeren Glieder gleich dem der mittleren ist, so lassen sich obige Proportionen auch in folgender Form anschreiben:

x M.	=	1 a
1 a	=	100 qm
1 qm	=	11,74 □'
40000 □'	=	1 Tagw.
1 Tagw.	=	14000 fl.
7 fl.	=	12 M.

$$x = \frac{100 \, . \, 11{,}74 \, . \, 14000 \, . \, 12}{40000 \, . \, 7} = 704{,}4 \text{ M.}$$

Man nennt diesen Ansatz die Kettenregel (den Kettensatz), und es lässt sich leicht die mechanische Regel aufstellen, nach welcher derselbe gebildet wird.

Man sieht, dass bei derartigen Aufgaben, bei welchen man genötigt ist, Schlüsse durch verschiedene Maße, Gewichte und Münzen zu machen, um zu der gesuchten Zal zu gelangen, der Kettensatz Vorteile gewährt. Der denkende Schüler wird dieses mechanische Verfahren auch nur in diesen Fällen anwenden, sonst aber den Kettensatz zu vermeiden suchen.

§ 35. Aufgaben.

1)	20,5 kg	176,3 *Fs* *)
	175 *ll.*	x *M.*
2)	5 kg 60 g	53,13 *Fs*
	1 Ctr	x *M.*
3)	1 Ctr	250 *Fs*
	20 kg 850 g	x *M.*
4)	1 cbm	277,5 *Fs*
	1 hl	x *M.*
5)	1 hl	75 *M.*
	1 cbm	? *Fs.*
6)	6,05 cbm	326,7 $ **)
	1 hl	x *M.*
7)	2,48 cbm	282,72 *M.*
	1 hl	x *Fs*
8)	1 hl	12,4 $
	28,375 cbm	x *M.*
9)	5 ha 870 qm	101740 *M.*
	8 a 45 qm	x *Fs*

*) 1 *Fr* = 0,8 *M.*; **) 1 $ = 4,2 *M* angenommen.

10) 1 ha — 8400 fl. (südd.)
75 a — x M.

11) 10 ha 1740 qm — 305220 Fs
1 a — x M.

12) 4 ha 56 a 80 qm — 3654,4 $
1 ha — x M.

13) 300 ℔. — 84,5 fl. ö.
100 kg — x M.
(1 fl. ö. = 1,7 M. gerechnet).

14) 12,5 kg — 8,75 fl. ö.
x „ — 112,5 M.
(1 fl. ö. = 1,7 M.)

15) 6 kg 750 g — 18,9 fl. (südd.)
1 Ctr — x M.

16) 1 cbm — 8,4 fl. (südd.)
36 hl 75 l — x M.

17) 300 ℔. — 55 $
100 kg — x Fs

18) 100 qm = 1173,96 □' bayer.
x ha = 293490 „

19) 21 hl 80 l Wein kosten in Frankreich 1311 Fs; Fracht und Zoll betragen 62,4 Fs; wie hoch berechnet sich in M. 1 hl?

20) 300 engl. Ctr. kosten 24 £ 10 s; wie hoch berechnet sich $\frac{1}{2}$ kg in M.? (1 engl. Ctr = 112 engl. ℔. = 50,8 kg; 1 £ = 20,4 M.)

21) 100 Yards kosten 5 £ 12 s; wieviel M. 1 m?
(1 Yard = 914 mm; 1 £ = 20,4 M.)

22) Wieviel deutsche Pfennige kostet 1 Stück, wenn 36 Dutzend in England $2\frac{2}{17}$ £ kosten (1 £ = 25,5 *Fs* gerechnet)?

23) Wieviel *M.* kostet 1 m, wenn 1 Stück von 25 Yards 2 £ 10 *s* kostet und 1 £ = $6\frac{3}{4}$ Taler, 1 Yard = 914 mm gerechnet wird?

24) Ein gußeisernes Rohr von 7,5 engl. Fuß Länge wiegt 69,5 deutsche *℔.*; wieviel kg wiegt 1 m von diesem Rohre? (1 engl. Fuß = 305 mm).

25) Wieviel *M.* kostet ein Grundstück von 27 a 20 qm, wenn die bayerische Dezimale (á 34 qm) auf 19,6 *fl.* (südd.) zu stehen kommt?

26) Wenn der metrische Centner (100 kg) einer Waare in Frankreich mit 160 *Fs* 60 *cts* berechnet wird; wie hoch kommen ohne Rücksicht auf Spesen 2c. 300 *℔.* in deutscher Reichswährung (5 *Fs* = 4 *M.*)?

27) Ein Bauplatz von 6450 □' bayer. Flächeninhalt wurde um 2500 *fl.* südd. verkauft; auf wieviel *M.* berechnet sich 1 a? (1 qm = 11,74 □').

28) Welchen Wert in *M.* hat ein Papierdollar, wenn 100 $ Gold = $102\frac{5}{8}$ $ Papier gelten, 1 $ Gold = 4 *s* und 10 £ = 204 *M.* gerechnet werden?

§ 36. Die Aufgaben, welche im bürgerlichen und kaufmännischen Leben vorkommen, werden je nach ihrem Inhalte gewöhnlich in verschiedene Gruppen gebracht, von denen in diesem Teile des Lehrbuchs folgende abgehandelt werden:

Gesellschafts- oder Teilungsrechnung,
Mischungsrechnung,
Prozentrechnung,

Zinsrechnung,
Discontorechnung,
Terminrechnung,
Gold- und Silberrechnung,
Münzrechnung.

Zur Lösung der betreffenden Aufgaben stehen uns nach dem Vorausgehenden drei Methoden zur Verfügung:

a) die Schlussmethode,
b) die Proportionen, und
c) die Kettenregel.

Wir werden dieselben in der Folge abwechselnd anwenden, jedoch mit Bevorzugung der beiden ersten Methoden.

VI. Gesellschafts- oder Teilungsrechnung.

§ 37. Diese Rechnungsart lehrt, eine gegebene Zahl in zwei oder mehre Teile zu teilen, welche zu einander in einem bestimmten (gegebenen) Verhältnisse stehen.

Die Zahlen, welche das Verhältniß der zu suchenden Teile angeben, nennt man die Verhältnißzahlen.

Die Aufgaben der Gesellschaftsrechnung können durch Proportionen oder durch Schlüsse gelöst werden. Sind die Verhältnißzahlen bekannt, so werden die Teile der gegebenen Zahl nach folgender Regel berechnet:

„Die Summe der Verhältnißzahlen verhält sich zu jeder einzelnen Verhältnißzahl, wie die zu teilende Zahl zu x".

Oder: „Man dividirt die gegebene Zahl durch die Summe der Verhältnißzahlen und multiplicirt den Quotienten mit jeder einzelnen Verhältnißzahl".

§ 38. Beispiele.

1) Zwei Personen, A und B, sollen 143 ℳ so teilen, dass sich der Anteil des A zu dem des B verhalte wie 5 : 6 (oder so, dass A so oft 5 ℳ erhält als B 6 ℳ); was bekommt jede?

Erste Auflösung (durch Proportionen).

$$\left.\begin{array}{l} A = 5 \\ B = 6 \end{array}\right\} \text{Verhältnißzahlen.}$$
$$\overline{\quad 11 \quad}$$

$$\text{A)}\ 11 : 5 = 143 : x$$
$$x = 65 \text{ ℳ}$$
$$\text{B)}\ 11 : 6 = 143 : x$$
$$x = 78 \text{ ℳ}$$

Zweite Auflösung.

Bezeichnet man den Anteil des A mit x und den des B mit y, so ist offenbar:

$x : y = 5 : 6$ und daher nach § 18; 3

$$x + y : 5 + 6 = x : 5$$
$$= y : 6; \text{ hieraus}$$

$$143 : 11 = x : 5$$
$$x = \frac{143 \,.\, 5}{11} = 65 \text{ ℳ}$$
$$143 : 11 = y : 6$$
$$y = \frac{143 \,.\, 6}{11} = 78 \text{ ℳ}$$

Dritte Auflösung (durch Schlüsse).

Denkt man sich die zu verteilende Summe 143 ℳ

in 11 gleiche Teile geteilt, so erhält hievon A 5 und B 6 Teile, und es ist

Anteil des A $= \frac{5}{11} \cdot 143 = 65$ M.
„ „ B $= \frac{6}{11} \cdot 143 = 78$ „

143 M.

2) Ein Grundbesitz von 5 ha und 94 a soll nach den Verhältnißzahlen 1, $\frac{3}{5}$ und $\frac{7}{8}$ unter drei Bauern verteilt werden; was bekommt jeder?

Auflösung durch Proportionen.

(Verhältnißzahlen)		(Anteile)
A $= 1 = \frac{40}{40}$;	40	2,40 ha
B $= \frac{3}{5} = \frac{24}{40}$;	24	1,44 „
C $= \frac{7}{8} = \frac{35}{40}$;	35	2,10 „
	99	5,94 ha

A) $99 : 40 = 5{,}94 : x$
$x = 2{,}40$ ha

B) $99 : 24 = 5{,}94 : x$
$x = 1{,}44$ ha

C) $99 : 35 = 5{,}94 : x$
$x = 2{,}10$ ha

Auflösung durch Schlüsse.

A erhält $\frac{40}{99} \cdot 5{,}94$ ha $= 2{,}40$ ha
B „ $\frac{24}{99} \cdot 5{,}94$ „ $= 1{,}44$ „
C „ $\frac{35}{99} \cdot 5{,}94$ „ $= 2{,}10$ „

5,94 ha

3) A, B und C haben ein gemeinsames Geschäft. A legt ein 2400 M., B 3000 M. und C 2600 M. Sie gewinnen 1500 M. Was gebührt jedem nach Verhältniß seiner Einlage?

Erste Auflösung (durch Proportionen).

(Verhältnißzahlen)				(Anteile)
A = 2400;	24;	12	.....	450 ℳ.
B = 3000;	30;	15	.....	562,5 „
C = 2600;	26;	13	.....	487,5 „
		40		1500 ℳ.

A) $40 : 12 = 1500 : x$
$x = 450$ ℳ.

B) $40 : 15 = 1500 : x$
$x = 562{,}5$ ℳ.

C) $40 : 13 = 1500 : x$
$x = 487{,}5$ ℳ.

Zweite Auflösung.

Bezeichnet man die gesuchten Anteile mit x, y und z, so ist offenbar:

$$x : y : z = 2400 : 3000 : 2600$$
$$= 12 : 15 : 13$$ und daher nach § 19

$$x + y + z : 12 + 15 + 13 = x : 12$$
$$= y : 15$$
$$= z : 13$$

$$1500 : 40 = x : 12$$
$$x = \frac{1500 \,.\, 12}{40} = 450 \text{ ℳ.}$$

$$1500 : 40 = y : 15$$
$$y = \frac{1500 \,.\, 15}{40} = 562{,}5 \text{ ℳ.}$$

$$1500 : 40 = z : 13$$
$$z = \frac{1500 \,.\, 13}{40} = 487{,}5 \text{ ℳ.}$$

Dritte Auflösung (durch Schlüsse).

A erhält $\frac{1500}{40} . 12 = 450$ ℳ.

B „ $\frac{1500}{40} . 15 = 562{,}5$ „

C „ $\frac{1500}{40} . 13 = \underline{487{,}5}$ „

1500 ℳ.

§ 39. Sind die Verhältnißzahlen aus zwei oder mehren Zahlen zusammengesetzt, so bildet deren Product die einfache Verhältnißzahl, z. B.

4) Vier Metzger pachten eine Wiese um 780 ℳ.;

A	läßt	20	Stück	Vieh	45	Tage,
B	„	24	„	„	30	„
C	„	36	„	„	40	„
D	„	90	„	„	18	„ lang weiden.

Was hat jeder zu dem Pachtzins beizutragen?

Aufl. 20 Stück Vieh, 45 Tage lang auf der Weide, sind eben so zu nehmen wie 20 . 45 = 900 Stück 1 Tag lang oder 1 Stück 900 Tage lang u. s. w., daher

A = 20 . 45 =	900;	90;	5	150 ℳ.
B = 24 . 30 =	720;	72;	4	120 „
C = 36 . 40 =	1440;	144;	8	240 „
D = 90 . 18 =	1620;	162;	9	270 „
			26	780 ℳ.

A) 26 : 5 = 780 : x
x = 150 ℳ.

B) 26 : 4 = 780 : x
x = 120 ℳ.

C) 26 : 8 = 780 : x
x = 240 ℳ.

D) 26 : 9 = 780 : x
x = 270 ℳ.

Worin besteht die Probe bei der Gesellschaftsrechnung? Genügt es zu untersuchen, ob die Summe der erhaltenen Teile gleich ist der zu teilenden Zahl?

§ 40. Häufig kommt der Fall vor, daß die Verhältnißzahlen nicht direct gegeben sind, sondern aus den in der Aufgabe enthaltenen Bedingungen erst aufgesucht werden müssen, z. B.

5) 13514,9 ℳ. sollen unter vier Personen so verteilt werden, daß sich der Anteil des

A zu dem des B wie 3 : 5,
B „ „ „ C „ 4 : 7;
C „ „ „ D „ 2 : 9

verhält. Wieviel kommt auf jeden Anteil?

Auflösung. Nimmt man die Verhältnißzahl des A = 1 an, so ergeben sich die übrigen Verhältnißzahlen aus nachstehenden Proportionen:

$A : B = 3 : 5$	$B : C = 4 : 7$
$1 : B = 3 : 5$	$\frac{5}{3} : C = 4 : 7$
$B = \frac{5}{3}$	$C = \frac{35}{12}$

$$C : D = 2 : 9$$
$$\frac{35}{12} : D = 2 : 9$$
$$D = \frac{35 \,.\, 9}{12 \,.\, 2} = \frac{105}{8}$$

Die Verhältnißzahlen sind demnach 1, $\frac{5}{3}$, $\frac{35}{12}$ und $\frac{105}{8}$

$$A = 1 = \frac{24}{24} \ldots\ldots \quad 24 \text{ Teile}$$

$$B = \frac{5}{3} = \frac{40}{24} \ldots\ldots \quad 40 \;"$$

$$C = \frac{35}{12} = \frac{70}{24} \ldots\ldots \quad 70 \;"$$

$$D = \frac{105}{8} = \frac{315}{24} \ldots\ldots \quad 315 \;"$$

$$449 \;"$$

$$\text{A erhält } \frac{13514{,}9}{449} \cdot 24 = 30{,}1 \cdot 24 = 722{,}4 \text{ M.}$$

$$\text{B } " \ldots\ldots\ldots\ldots 30{,}1 \cdot 40 = 1204{,}0 \;"$$

$$\text{C } " \ldots\ldots\ldots\ldots 30{,}1 \cdot 70 = 2107{,}0 \;"$$

$$\text{D } " \ldots\ldots\ldots\ldots 30{,}1 \cdot 315 = 9481{,}5 \;"$$

$$13514{,}9 \text{ M.}$$

6) 356,95 M. sind unter 3 Brüder im umgekehrten Verhältniß ihres Alters verteilt worden, d. h. so, dass der jüngste am meisten, der älteste am wenigsten erhielt. Was erhielt nun jeder, wenn A 15, B 18 und C 24 Jahre alt war?

Auflösung. Nimmt man die Verhältnißzahl des A = 1 an, so ergeben sich die übrigen, wie folgt:

$A : B = 18 : 15$	$A : C = 24 : 15$
$1 : B = 18 : 15$	$1 : C = 24 : 15$
$B = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$	$C = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Die Verhältnißzahlen sind daher $1; \frac{5}{6}$ und $\frac{5}{8}$ oder

(mit 24 vermehrt) 24; 20; 15. Ihre Summe ist 59; daher erhält

$$A = \frac{24}{59} \cdot 356{,}95 = 145{,}20 \text{ M.}$$

$$B = \frac{20}{59} \cdot 356{,}95 = 121{,}00 \text{ „}$$

$$C = \frac{15}{59} \cdot 356{,}95 = 90{,}75 \text{ „}$$

$$\overline{356{,}95 \text{ M.}}$$

Anmerkung. Die Verhältnißzahlen kann man in diesem Beispiele auch dadurch erhalten, daß man die Alterszahlen

$\frac{15}{1}$; $\frac{18}{1}$; $\frac{24}{1}$ umkehrt in $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{18}$; $\frac{1}{24}$.

Multiplicirt man diese Brüche mit 360, so ergeben sich die ganzen Zahlen 24; 20; 15, wie oben.

§ 41. Aufgaben.

1) 2 Kapitalien verhalten sich wie 1 : 7, ihre Summe beträgt 95080 M. Wie groß ist jedes Kapital?

2) Haus und Garten werden um 21000 M. verkauft. Der Preis des Hauses verhält sich zu dem des Gartens wie 34 : 1. Was kostet nun das Haus und was der Garten?

3) Die atmosphärische Luft besteht aus $\frac{1}{5}$ Sauerstoff und $\frac{4}{5}$ Stickstoff. Wieviel Cubikmeter Sauerstoff und Stickstoff wird demnach ein Saal enthalten, welcher 42 m lang, 29 m breit und 15 m hoch ist?

4) Ich habe in meinen 2 Taschen zusammen 25,8 M., und zwar in der rechten 1,3 M. weniger als in der linken. Wieviel Geld habe ich nun in jeder Tasche?

5) In meinen beiden Taschen habe ich zusammen 33,2 M. Wären in der linken nur 10 ₰ mehr, so würde

sich in derselben gerade das doppelte der rechten befinden. Wieviel Geld habe ich in jeder Tasche?

6) In zwei Klassen sind zusammen 65 Schüler; die Anzahl beider steht im Verhältniß wie 9 : 4. Wie viele Schüler sind in jeder Klasse?

7) 3 Personen erhalten zusammen 760 M. und zwar A $\frac{3}{5}$ von dem Anteil des B, dieser $\frac{1}{6}$ von dem des C. Wieviel erhält jede?

8) A, B und C nahmen bei einer Weinversteigerung zusammen 9750 M. ein und zwar C $2\frac{1}{2}$mal soviel als B, dieser $2\frac{1}{2}$mal soviel als A. Wieviel nahm jeder ein?

9) 360 M. sind unter 3 Personen so zu verteilen, dass A $\frac{3}{5}$ des ganzen, B $\frac{3}{5}$ des Anteils von C, weniger 16 M., erhält. Wieviel trifft auf jede einzelne Person?

10) 540 M. sollen unter drei Personen so verteilt werden, dass A und B gleichviel, C aber zweimal den dritten Teil der Summe von A und B bekommen. Was erhält jede?

11) Von einer Summe erhält A $\frac{1}{5}$ und 1000 M., B $\frac{1}{6}$ und 2000 M., C $\frac{1}{3}$ und 3000 M. und D den Rest mit 3900 M. Wie groß ist jene Summe?

12) Ein Grundstück, dessen Fläche 12,8 a beträgt, soll von einem Geometer unter drei Personen A, B und C nach den Verhältnißzahlen 2, 3, 5 abgeteilt werden; wie groß wird jeder Anteil?

13) Zu feinem Siegellack nimmt man 4 Teile Terpentinöl, 6 Teile Zinnober, 6 Teile Schellack, 1 Teil Kreide; wieviel muss man von jedem dieser Materialien nehmen, um 100 kg. Siegellack zu bereiten?

14) Nach Prechtl enthält gutes weißes Glas 71,49 Teile Kieselerde, 14,67 Teile Kali, 8,84 Teile Kalk. Wie-

viel Kieselerde, Kali und Kalk sind in 100 Gewichtsteilen Glas enthalten?

15a) Auf eine Sägemühle, welche drei Gänge hat, werden 176 Stämme Holz gebracht, aus denen Bretter geschnitten werden sollen. Der erste Gang schneidet täglich 8, der zweite 10 und der dritte 14 solcher Stämme. Wie viele Stämme sind jedem Gange zuzuteilen, wenn sämmtliche Bretter zu gleicher Zeit geschnitten sein sollen?

15b) Wie lange müssen die 3 Gänge in Tätigkeit sein, um diese 176 Stämme zu zerschneiden?

16) 421,5 ℳ. sollen unter vier Personen nach den Verhältnißzahlen $^2/_3$, $^4/_5$, $^1/_2$, $^3/_8$ verteilt werden.

17) Es seien 77 $ in folgender Weise unter drei Brüder zu verteilen: A erhält 2mal soviel als B oder $^4/_5$ von dem Anteile des C.

18) 172 $ sind unter drei Soldaten als Belohnung also zu verteilen: A erhält $^1/_6$ von dem Anteile des B oder 6mal soviel als C.

19) 926 ℳ. sollen unter vier Personen so verteilt werden, daß

A = 4mal soviel als B,
= $3\frac{2}{3}$ " " " C,
= $\frac{1}{9}$ " " " D,

erhält.

20) A, B und C teilen 1000 ℳ. so mit einander, daß so oft A 2 ℳ. erhält, B 7 ℳ., und so oft B 6 ℳ. bekommt, C 3 ℳ. erhalten soll. Wieviel erhält jeder?

21) 3020 ℳ. sind unter drei Personen in folgender Weise zu verteilen: Der Anteil des A soll sich zu dem des B wie 5 : 7; A : C wie 8 : 11 verhalten.

22) 1793 qm Ackerland sind unter vier Teilnehmer so zu verteilen, daß sich

Anteil A : B = 5 : 6,
„ A : C = 7 : 12,
„ A : D = 9 : 16

verhält.

23) A, B und C sollen 1000 M. so unter sich teilen, daß sich der Anteil des A zu dem des B wie 5 : 6, B zu C wie 4 : 5 verhält. Wieviel erhält jeder?

24) Unter vier Personen sollen 3867 M. also verteilt werden:

Anteil A : B = 4 : 9
„ B : C = 1 : 8
„ C : D = 5 : 12

Was erhält jede?

25) Die Fracht für drei Reisekoffer im Gewichte von 57; 89 und 112 ℔. betrug 6,45 M.; wieviel trifft von diesem Betrag auf jeden einzelnen Koffer?

26) Jemand erhält durch die Eisenbahn vier Fass Wein, nämlich 45, 60, 70 und 85 Liter und bezahlt als Fracht zusammen 5,2 M. Wieviel Fracht kommt auf jedes einzelne Fass?

27) 286 M. sollen unter drei Personen verteilt werden. A ist 36, B 28 und C 20 Jahre alt. Die Verteilung ist so vorzunehmen, daß eine Person um so mehr erhält, je jünger sie ist.

28) Vier Gemeinden bauen auf gemeinsame Kosten eine Brücke, deren Herstellung 15500 M. kostet. Die Beiträge werden so erhoben, daß eine Gemeinde um so we-

niger bezahlen muss, je entfernter sie von der Brücke gelegen ist. Nun ist die Gemeinde

A 1/2 Stunde,
B 1/4 „
C 2/3 „
D 1/8 „

entfernt. Wieviel zahlt jede Gemeinde?

29) Bei einem Truppendurchzuge hatte A 5 Mann 6 Tage, B 6 Mann 4 Tage, C 9 Mann 3 Tage und D 5 Mann 4 Tage im Quartier. Sie erhielten dafür die Summe von 60,6 *M.* als Entschädigung; wieviel traf auf jeden?

30) Es sollen 206 gleich lange Stücke Tuch gefertigt werden. Weber A fertigt in 3 Tg. 10 Stück,
„ B „ „ 2 „ 5 „
„ C „ „ 4 „ 11 „

a) Wieviel Stück sind jedem Meister zuzuweisen, damit sie gleichzeitig fertig werden können; b) wie lange brauchen sie zur ganzen Arbeit?

31) Französisches Jagdpulver enthält 78 % Salpeter, 9,12% Schwefel, der Rest ist Kohle. Wenn nun zu einer Quantität Pulver 3,25 Ctr Kohle verwendet wurden, wieviel Salpeter und Schwefel enthält dasselbe?

32) Kanonenmetall besteht aus 100 Teilen Kupfer, 9 Teilen Zinn und 6 Teilen Messing. Wieviel *℔.* muß man von jedem dieser Metalle nehmen, wenn eine Kanone von 46 Ctr gegossen werden soll?

33) Eine Zündmasse ist 455 *℔.* schwer und besteht aus Schwefel, Kohle, Salpeter und Harz. Wenn sich nun Schwefel zu Kohle wie 7 : 8, Schwefel zu Salpeter wie

14 : 15 und Kohle zu Harz wie 4 : 5 verhält; wieviel von jedem Bestandteil ist darin?

34) 880 ℳ sollen unter vier Personen so verteilt werden, daß B um $\frac{1}{3}$ mehr als A, dieser aber zweimal soviel als C, und D $^1/_5$ des Anteils von C erhält. Wie groß sind die einzelnen Teile?

35) Drei Personen erhalten zusammen 760 ℳ und zwar A $^3/_5$ von dem Anteile des B, dieser $^1/_6$ von dem des C. Wieviel erhält jede?

36) 840 ℳ sollen unter drei Personen so geteilt werden, daß A halb soviel, B aber noch einmal soviel als C erhält. Was bekommt jede?

37) 2400 ℳ sind unter drei Personen so zu verteilen, daß A $^2/_3$ von dem Anteile des B, und C $^3/_5$ von der Summe der Anteile des A und B erhält. Wieviel trifft auf jede einzelne Person?

38) Fünf Personen legen 6900 ℳ zusammen und gewinnen damit 2300 ℳ, welche sie nach der Einlage verteilen. Nun gab A 250 ℳ mehr als die Hälfte von B, B 400 ℳ weniger als das Doppelte von C; C 200 ℳ mehr als $^2/_3$ von D, und D 150 ℳ mehr als $^4/_5$ des E; dieser aber gab den Rest. Wie hoch stellen sich Einlage und Gewinn eines jeden?

39) Drei Gemeinden bauen eine Brücke, welche 19230 ℳ kostet. Die Beiträge werden im geraden Verhältniß der Steuersummen und im umgekehrten Verhältniß der Entfernungen von der Brücke geleistet.

Die Steuersummen betragen 600, 800 und 1200 ℳ, die Entfernungen $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{4}$ und $3\frac{1}{8}$ Stunden. Wieviel hat jede Gemeinde zu zahlen?

40) Unter vier Erben soll Vermögen also verteilt werden: A erhält $1/6$ desselben und 1000 M.; B $1/10$ desselben und 1800 M.; C $1/12$ nebst 2000 M., und D $1/15$ nebst 2200 M. Was erhält jeder und wie groß war das Vermögen?

41) Eine Truppe von 264 Mann, unter welchen 10 Unterofficiere und 4 Officiere, macht eine Kriegsbeute von 8548 M., die wegen ihrer Tapferkeit unter sie verteilt werden soll, so daſs jeder Gemeine 10 M., jeder Unterofficier 15 M., jeder Officier 25 M. zum Voraus bekommt, das Uebrige aber so zu teilen ist, daſs jeder Unterofficier $1\frac{3}{4}$mal soviel als ein Gemeiner, jeder Officier $3\frac{1}{7}$mal soviel als ein Unterofficier bekommt. Wieviel erhält jeder?

42) In arabischen Urkunden findet sich folgende interessante Anekdote: 2 Araber reisten in der Wüste. A hatte 5, B nur 3 Brode bei sich. Beim Mittagsmahle gesellte sich zu ihnen ein Reisender ohne alle Lebensmittel und bat die 2 Araber um Teilnahme an dem Mahle. Alle 3 aßen nun sämmtliche 8 Brode, worauf der Reisende aus Erkenntlichkeit 8 Goldstücke hergab. A nahm hievon 5 und ließ dem B die 3 Goldstücke, welcher jedoch mit dieser Teilung nicht zufrieden, mit A in Streit geriet, so daſs die Sache vor den Richter kam. Dieser entschied ganz einfach: A soll 7 und B nur 1 Goldstück bekommen. Wie ist dies zu erklären?

43) a) 10 Arbeiter fertigen 3 Wochen 100 Stück, 12 in 4 Wochen 120 Stück, 8 in 5 Wochen 90 Stück. Wieviel Stück sind jeder Abteilung zuzuweisen wenn, sie 1342 Stück gleichzeitig fertigen sollen?

b) In welcher Zeit wird die ganze Arbeit geliefert werden?

44) a) Ein Wasserbehälter kann durch 3 Röhren gefüllt werden, und zwar durch die erste in $2\frac{1}{4}$, durch die zweite in 3 und durch die dritte in $4\frac{1}{2}$ Stunden. In welcher Zeit werden nun alle 3 Röhren zugleich den Behälter füllen?

b) Löse die vorige Aufgabe für den Fall, dass die dritte Röhre eine Abflussröhre sei und den Behälter in $6\frac{1}{2}$ Stunden entleeren würde.

45) Die deutschen Kupfermünzen enthalten vorschriftsmäßig 95 Teile Kupfer, 4 Teile Zinn und 1 Teil Zink. 150 Zweipfennigstücke oder 250 Einpfennigstücke wiegen 1 *U.* Wieviel von jedem der drei Metalle enthalten 1000 *M.*

a) in Zweipfennigstücken,
b) in Einpfennigstücken?

VII. Mischungsrechnung.

§ 42. Die hieher gehörigen Aufgaben können von zweierlei Art sein:

1) Entweder soll der Wert der Einheit einer Mischung gefunden werden, welche aus gegebenen Teilen von verschiedenem Werte entstanden ist (Durchschnitts- oder Mittelwert, daher auch Durchschnittsrechnung); oder

2) es soll angegeben werden, in welchem Verhältniß gegebene verschiedene Qualitäten gemischt werden müssen, um eine verlangte (Mittel-) Qualität zu erhalten.

§ 43. Bei Bestimmung des Durchschnittswertes gilt folgende Regel:

Die Summe der Werte der Bestandteile einer Mischung dividirt durch die Anzahl der Bestandteile gibt den Durchschnitts- oder Mittelwert, z. B.

1) Wenn 2 l Wein à 60 ₰ und 1 l à 40 ₰ gemischt werden, was ist dann 1 l der Mischung werth?

Aufl. 2 l à 60 ₰ = 120 ₰
1 l à 40 ₰ = 40 ₰

3 l sind wert 160 ₰; daher
1 l = 160 : 3 = 53,3 ₰

2) Welchen Feingehalt hat eine Silberlegirung, welche durch Zusammenschmelzen von 4,49 ℔. à 833 und 2,866 ℔. à 583 erhalten wird? (Vergl. § 69.)

Aufl. 4,490 . 833 = 3740,170 Tausendteile,
2,866 . 583 = 1670,878 „

7,356 ℔. = 5411,048 Tausendteile,

$$1 = \frac{5411,048}{7,356} = 735,59 \text{ T.}$$

3) Wenn 3,57 hg Feinsilber mit 0,63 hg Kupfer legirt werden, welchen Feingehalt wird die Legirung haben?

Aufl. 3,57 . 1000 = 3570 Tausendteile,
0,63 . 0 = 0 „

4,20 hg = 3570 Tausendteile,
1 „ = 850 „

4) Welches ist der Durchschnittsgehalt von 0,234 kg Gold à 750; 1,067 kg à 584 und 0,820 kg à 916?

Aufl. 0,234 . 750 = 175,500 Tausendteile,
1,067 . 584 = 623,128 „
0,820 . 916 = 751,120 „

2,121 kg = 1549,748 „

$$1 \text{ kg} = \frac{1549,748}{2,121} = 730,66 \text{ T.}$$

5) 10 Pfund Sterling, $^{11}/_{12}$ fein, jedes Stück 7,988 g schwer, werden mit 15 Zwanzigmarkstücken, $^{9}/_{10}$ fein, jedes Stück 7,965 g schwer, zusammengeschmolzen; welches ist der Grad der Feinheit der Legirung?

Auflösung.

10 . $^{11}/_{12}$. 7,988 = 73,2233 g Feingold
15 . 0,9 . 7,965 = 107,5275 „ „

180,7508

10 . 7,988 = 79,880 g
15 . 7,965 = 119,475

199,355 „

180,7508 : 199,355 = 0,9066

6) Folgende Posten güldisches Silber (d. h. Silber mit Goldgehalt):

5,24 kg	Gold und Silber 936;	Gold allein	906;
0,305 „	„ „ „ 453;	„ „	10;
1,078 „	„ „ „ 861;	„ „	7

werden zusammengeschmolzen; welchen Durchschnittsgehalt an Feingold und Feinsilber wird die Mischung haben?

Auflösung. Berechnung des Gehalts an Feingold.

5,240.906 = 4747,440 T
0,305. 10 = 3,050 „
1,078. 7 = 7,546 „

6,623 kg = 4758,036 T.

$$1\text{ kg} = \frac{4758{,}036}{6{,}623} = 718{,}41\text{ T.}$$

Berechnung des Gehalts an Feinsilber.

5,240 . 30	=	157,200	T.
0,305 . 443	=	135,115	„
1,078 . 854	=	920,612	„
6,623 kg	=	1212,927	T.

$$1\text{ kg} = \frac{1212{,}927}{6{,}623} = 183{,}1\text{ T.}$$

§ 44. Die zweite Art von Aufgaben soll durch folgendes Beispiel erläutert werden:

1) Aus zwei Sorten Wein I und II, von denen 1 Liter 115 und 75 ₰ kostet, soll eine Mittelsorte von 100 Liter á 90 ₰ hergestellt werden. Wieviel ist von jeder der zwei vorhandenen Sorten zu nehmen?

Erste Auflösung.

Verkauft man den Liter zu 90 ₰, so hat man

bei 1 Liter der Sorte I 115—90 = 25 ₰ Verlust,
„ 1 „ „ „ II 90—75 = 15 ₰ Gewinn,

daher

bei 15 Liter der Sorte I 25 . 15 = 375 ₰ Verlust,
„ 25 „ „ „ II 15 . 25 = 375 ₰ Gewinn.

Der Verlust bei I wird also durch den Gewinn bei II aufgehoben, wenn man 15 Teile I mit 25 Teilen II mischt, also

$$\begin{aligned} I : II &= 90-75 : 115-90 \\ &= 15 : 25 \\ &= 3 : 5 \end{aligned}$$

Von Sorte I hat man zu nehmen $\frac{3}{8} \cdot 100 = 37{,}5$ Liter
" " II " " " " $\frac{5}{8} \cdot 100 = 62{,}5$ "

100 Liter.

Hieraus ergibt sich folgende Regel:

„Zieht man den Preis der geringeren Sorte von dem der mittleren ab und dann den letzteren von dem der besseren Sorte, so ist der erste Unterschied die Verhältnißzahl für die bessere und der zweite Unterschied die für die geringere Sorte."

Zweite Auflösung.

Von der Sorte I nehmen wir x Liter, also von der Sorte II (100—x) Liter.

x Liter von der Sorte I kosten x . (115—90) ₰ mehr als x Liter à 90 ₰.

(100—x) Lit. von der Sorte II kosten (100—x) . (90—75) ₰ weniger als (100—x) Liter à 90 ₰; daher muß

x . (115—90) = (100—x) . (90—75) sein, woraus nach § 14 folgt:

$$\frac{x}{100-x} = \frac{90-75}{115-90},$$ d. h. die Quantität

der Sorte I verhält sich zur Quantität der Sorte II wie 15 : 25 oder wie 3 : 5.

Die Auflösung kann auch durch folgendes Schema dargestellt werden:

I. Sorte . . 115 15 Teile.

Mittelsorte . . . 90

II. Sorte . . 75 25 Teile.

Probe.

37,5 l à 1,15 M. = 43,125 M.
62,5 „ à 0,75 „ = 46,875 „

100 l à 0,90 M. = 90 M.

2) Es soll 750 Tausendteile feines Gold aus Goldlegirungen von 850 T. und 580 T. hergestellt werden; wieviel Teile von jeder Legirung braucht man?

```
Aufl. 850        170 Gewichtsteile á 850 T.
         \      /
           750
         /      \
      580        100 „          580 „
```

3) Wenn aus dem Silber der deutschen Markstücke durch Zusatz von Kupfer eine 3,65 kg schwere Legirung von 820 T. Feingehalt hergestellt werden soll, wieviel von jedem dieser Metalle ist erforderlich?

```
Aufl. 900        820 od. 41 Teile Silber á 900
         \      /
           820
         /      \
        0        80 od. 4 „ Kupfer.
```

$3{,}65 \cdot {}^{41}/_{45} = 3{,}326$ kg Marksilber,
$3{,}65 \cdot {}^{4}/_{45} = 0{,}324$ „ Kupfer.

4) Es sollen 0,85 $\mathscr{U}$. Silber zu 950 T. fein durch Zusatz von 580 T. fein haltendem Silber auf einen Gehalt von 750 T. gebracht werden; wieviel von der geringeren Sorte hat man nötig?

Aufl. 950 170; 17

750

580 200; 20

$$\frac{0{,}85 \,.\, 20}{17} = 1 \text{ ℔.}$$

1 ℔. Silber á 580 muſs mit 0,85 ℔. á 950 eingeschmolzen werden, um eine Legirung á 750 fein zu erhalten.

Probe.

0,85 . 950 = 807,5 ℔. Feinſilber.
1,00 . 580 = 580,0 „ „
1,85 . 750 = 1387,5 ℔. „

5) 1,968 kg Feingold ſollen mit Kupfer legirt werden, ſo daſs die Legirung 640 fein wird; wieviel Kupfer iſt nötig?

Auflöſung.

1000 — 640 = 360; 9
640 — 0 = 640; 16

Es müſſen alſo 9 Teile Kupfer und 16 Teile Silber legirt werden, daher hat man

$$1{,}968 \,.\, \frac{9}{16} = 1{,}107 \text{ kg Kupfer nötig.}$$

Probe.

1,968 kg á 1000 = 1,968 kg Feingold,
1,107 kg Kupfer = 0 „
3,075 kg Legirung = 1,968 kg „
1 „ „ = 0,640 „ „

6) 15 Zwanzigmarkstücke (Doppelkronen) sollen mit Silber und Kupfer so legirt werden, dass die Legirung 750 fein und der Zusatz $\frac{4}{5}$ Silber und $\frac{1}{5}$ Kupfer beträgt. Wieviel von diesen beiden Metallen muss beigemischt werden? (1 Doppelkr. ist 900 fein und wiegt 7,965 g)

Auflösung.

15 Doppelkr. wiegen 7,965 . 15 = 119,475 g
900 — 750 = 150; 1
750 — 0 = 750; 5

Der Zusatz muss also $\frac{1}{5}$. 119,475 = 23,895 g betragen; daher sind

23,895 . 0,8 = 19,116 g Silber und
23,895 . 0,2 = 4,779 g Kupfer erforderlich.
23,895 g

Probe.

0,119475 kg	à 0,9	= 0,1075275 kg	Feingold,
0,019116 „	Silber	= 0 „	„
0,004779 „	Kupfer	= 0 „	„
0,143370 kg	Leg.	= 0,1075275 kg	„
1 „	„	= 0,750 „	„

§ 45. Aufgaben.

1) 4,5 ℔ Silber, 0,9 fein, werden mit 0,5 ℔ Kupfer legirt; von welcher Feinheit ist die Legirung?

2) 3,4 hl Wein á 100 ℳ werden mit 5,8 hl á 125 ℳ gemischt. Wieviel ist 1 hl der Mischung wert?

3) 139,5 Zehnmarkstücke, 0,9 fein,
69,75 Zwanzigmarkstücke, 0,9 fein,
68,284 Pfund Sterling, 11/12 fein,
332,3076 Dollars, 0,9 fein,

enthalten je 1 ℔. (500 g) Feingold. Wenn man nun je eines dieser Goldstücke zusammenschmilzt, von welcher Feinheit wird die Legirung werden?

4) 45 l á 1 ℳ. wurden mit einer andern Sorte á 1,8 ℳ. so gemischt, daſs 1 l der Mischung 1,5 ℳ. wert ist. Wieviel Liter á 1,8 ℳ. waren es?

5) Jemand will 10,76 hl Wein á 160 ℳ. aus zwei Sorten á 130 ℳ. und 250 ℳ. herstellen. Wieviel muſs er von jeder Sorte nehmen?

6) Man will 10,5 hl Wein á 140 ℳ. durch Mischung zweier Sorten á 175 und 100 ℳ. herstellen. Wieviel hat man von jeder Sorte zu nehmen?

7) 6 hg 20 g Silber á 0,875 sollen aus zwei Sorten Silber á 0,9 und à 0,8 hergestellt werden. Wieviel ist von jeder Sorte zu nehmen?

8) 1,5 ℔. Silber, 0,875 fein, sind aus zwei Silbersorten von 0,86 und 0,9 Feinheit herzustellen. In welchem Verhältniß muſs dies geschehen?

9) 1,25 kg Silber á 0,835 soll aus zwei Silbersorten, á 0,8 und 0,9 hergestellt werden; wieviel ist von jeder Sorte zu nehmen?

10) Von welchem Feingehalt ist eine Legirung, bestehend aus 4,5 kg Feinsilber und 1,75 kg Kupfer?

11) Wieviel Silber à 800 ist mit 3,2 ℔. à 900 zu legiren, um eine Legirung à 875 fein zu erhalten?

12) Wieviel Kupfer ist mit 3,2 hg Silber à 900 zu legiren, um eine Legirung à 875 zu erhalten?

13) Wieviel Kupfer muſs mit 0,846 kg Feingold legirt werden, um eine 750 feine Mischung zu erhalten?

14) Wieviel Kupfer ist von 1,5 *Ü*. Silber à 800 zu entfernen, damit die Legirung auf 875 gebracht wird?

15) Wieviel Kupfer müßste aber hinzu getan werden, um eine Legirung à 750 zu erhalten?

16) Wieviel Gramm Kupfer muſs man mit 50 Zehn-Mark-Stücken, 9/10 fein, zusammenschmelzen, damit die Legirung 0,8 fein wird (139½ Zehnmark-Stücke enthalten 1 *Ü*. Feingold)?

17) Wieviel Kupfer muſs aus 1,65 kg Silber à 0,85 entfernt werden, damit die Legirung 0,9 fein werde?

18) Wieviel reines Silber müßste man zu 1,65 kg Silber von 0,85 Feinheit hinzufügen, um 0,9 feines Silber zu erhalten?

19) Eine Silberlegirung ist 8,55 *Ü*. schwer und 785 fein; wieviel Feinsilber muſs ihr eingeschmolzen werden, um eine 850 feine Legirung zu erhalten?

20) Wenn 1,3 kg Silber á 750, 2,0 kg Silber á 950 und 1,5 kg Kupfer zusammengeschmolzen werden, von welcher Feinheit ist die Legirung?

21) Wieviel Kupfer muſs mit 1,5 kg Gold von 900 Feinheit legirt werden, um eine Qualität von 860 zu erhalten?

22) Wieviel Kupfer muſs von 1,6 hg Gold von 900 Feinheit ausgeschieden werden, um eine Legirung á 950 zu erhalten?

23) Es soll eine 1 kg schwere Silberlegirung von 850 Feingehalt durch Einschmelzen von Feinsilber und 750 feinem Silber hergestellt werden; wieviel von jeder Silbergattung hat man nötig?

24) Man will aus dem Silber der Talerstücke (900 fein)

durch Zusatz von Kupfer eine 1,09 kg schwere Legirung á 800 erhalten; wieviel von jedem der beiden Metalle braucht man?

25) Mit 20-Markstücken sollen 3,065 kg Gold á 500 auf einen Gehalt von 750 gebracht werden; wieviel jener Goldstücke sind erforderlich?

26) Es sollen 0,85 kg Feinsilber mittels 750 feinem Silber auf 800 gebracht werden; wieviel Silber á 750 wird man nehmen müssen?

27) Wieviel Kupfer muſs zu 20 Pfund Sterling (Gewicht eines Stückes = 7,988 g; $916\frac{2}{3}$ fein) legirt werden, um 900 feines deutsches Münzgold zu erhalten?

28 a) Wieviel Feinsilber muſs man den französischen 1 Francstücken (835 fein; Gewicht = 5 g) beimischen, um 900 feines deutsches Münzsilber zu erlangen?

28 b) Wieviel Kupfer müſste man hinwegnehmen, um denselben Zweck zu erreichen?

29) Man hat 18 Fünfmarkstücke (Gewicht eines Stückes = $27\frac{7}{9}$ g, Feinheit 900) und will 835 feines Silber daraus herstellen; a) wieviel Silber muſs man wegnehmen, oder b) wieviel Kupfer muſs hinzugefügt werden, um die verlangte Legirung zu erhalten?

30) 15 Zwanzig-Francsstücke (900 fein; Gewicht eines St. = 6,45 g) sollen mit Silber und Kupfer so legirt werden, daſs die Legirung 580 fein und der Zusatz $\frac{2}{3}$ Silber und $\frac{1}{3}$ Kupfer beträgt. Wieviel von diesen beiden Metallen muſs beigemischt werden?

31) 1,65 kg Napoleonsd'or (á 900), 5,40 kg Imperiales (á $916\frac{2}{3}$) und 2,95 kg Dollars (á 900) sollen mit Gold vom Feingehalt 480 legirt werden, so daſs die

Legirung 580 fein wird; wieviel von diesem Gold hat man zu nehmen?

Anmerkung. Man verwandle die drei ersten Legirungen in eine u. s. w.

VIII. Procentrechnung.

a) Erklärungen.

§ 46) Wenn Jemand sagt, er habe bei einem Geschäfte 6 vom Hundert gewonnen (oder verloren), so heißt das in der Sprache der Arithmetik: sein Gewinn (oder Verlust) beträgt 6 pro Cent [pro centum]; abgekürzt 6%.

Man nennt diese Zahl 6 den Procentsatz auch Procentfuß.

Anmerkung. Der Ausdruck $1^3/_4$ pro mille ($1^3/_4$‰) bezeichnet in ähnlicher Weise $1^3/_4$ vom Tausend.

Der Wert (das Kapital), von welchem gewisse Procente gerechnet werden, kann dreifacher Art sein:

1) Kauft Jemand eine Waare um den Betrag von 90 ℳ und darf er hievon 4% abziehen, so entsprechen diese 90 ℳ offenbar der Normalzahl 100; sie sind als ein reiner Wert anzusehen.

2) Kauft aber Jemand eine Waare einschließlich von 4% Unkosten um 93,6 ℳ, so sind diese 4% Unkosten offenbar nicht von 93,6 ℳ, sondern von dem um diese Unkosten verringerten Betrag oder von dem reinen Einkaufspreise (90 ℳ) berechnet worden. Die Zahl 93,6 ℳ ist daher als ein um 4% vermehrter Wert anzusehen.

3) Bezahlt Jemand eine Waare nach Abzug von 4%

Nachlaſs (Rabatt) baar mit 86,4 M., so sind diese 4% wieder nicht von 86,4 M., sondern von dem reinen Einkaufspreis (90 M.) berechnet worden. Die Zahl 86,4 stellt also in diesem Falle einen um 4% verminderten Wert vor.

Man sagt deshalb mit Rücksicht auf diese drei Beispiele:

3,6 M. sind 4% vom Hundert von 90 M.;
3,6 „ „ 4% auf „ „ 93,6 M.;
3,6 „ „ 4% in „ „ 86,4 M.

§ 47. Bevor wir die verschiedenen Aufgaben der Procentrechnung lösen, ist es notwendig, einige in derselben vorkommenden technischen Ausdrücke zu erklären:

1) Provision (Commission) ist die Vergütung, welche ein Commissionär für sich berechnet, wenn er im Auftrage eines andern (des Committenten) ein Geschäft (z. B. einen Einkauf, Verkauf) besorgt.

2) Courtage (Maklergebühr, Sensarie) ist die Vergütung, welche der Makler (Vermittler von Handelsgeschäften) für sich berechnet, wenn er für einen andern ein Geschäft vermittelt hat.

3) Delcredere ist die Gebühr, welche der Commissionär dafür berechnet, daß er dem Committenten, für den er Geschäfte besorgt hat, für den richtigen Eingang der betreffenden Gelder haftet.

4) Dividende ist der unter die Teilnehmer eines Geschäfts zur Verteilung kommende Gewinn.

5) Tantième ist ein vertragsmäßiger Anteil am Geschäftsgewinne, welchen eine oder mehrere beim Geschäfte mitwirkenden Personen beziehen.

6) Assekuranz-Prämie (Versicherungsbeitrag) ist die (gewöhnlich jährlich zu leistende) Gebühr, welche der Versicherte an die Versicherungsanstalt für die Uebernahme der Gefahr zu entrichten hat.

7) Bruttogewicht ist das Gewicht einer Waare nebst der Verpackung;

Tara ist das Gewicht der Verpackung;

Nettogewicht ist das Gewicht der Waare allein.

8) Agio ist der Gewinn, Disagio der Verlust, hervorgerufen beim Umwechseln einer Geldsorte gegen eine andere.

b) Aufgaben der Procentrechnung.

§ 48. Die wichtigsten Aufgaben, welche in der Procentrechnung vorkommen, sind in nachstehenden 12 Fällen enthalten.

I. Fall. Gegeben: der reine Wert und der Procentsatz.
Gesucht: die Procente (Procente vom Hundert).

Aufgabe. Wieviel betragen 4% von 4260 ℳ?

Aufl. 1% einer Zahl = 1/100 derselben,

4% „ „ = 4/100 „

daher ist

$$x = \frac{4260 \;.\; 4}{100}$$

$$= 42{,}6 \;.\; 4 = 170{,}4 \text{ ℳ}$$

Anmerkung. Aus § 61 (1. Teil) ergeben sich unmittelbar folgende Rechnungsvorteile:

$3\frac{1}{3}\%$ = $\frac{1}{30}$ des Kapitals,	$18\frac{3}{4}$ „ = $\frac{3}{16}$ des Kapitals,
5 „ = $\frac{1}{20}$ „ „	$33\frac{1}{3}$ „ = $\frac{1}{3}$ „ „
$6\frac{1}{4}$ „ = $\frac{1}{16}$ „ „	$37\frac{1}{2}$ „ = $\frac{3}{8}$ „ „
$6\frac{2}{3}$ „ = $\frac{1}{15}$ „ „	$62\frac{1}{2}$ „ = $\frac{5}{8}$ „ „
$8\frac{1}{3}$ „ = $\frac{1}{12}$ „ „	$66\frac{2}{3}$ „ = $\frac{2}{3}$ „ „
$12\frac{1}{2}$ „ = $\frac{1}{8}$ „ „	u. s. w.
$16\frac{2}{3}\%$ = $\frac{1}{6}$ „ „	

Ferner ist:

$1\frac{3}{4}\% = 2\% - \frac{1}{4}\%$	$4\frac{3}{4}\% = 5\% - \frac{1}{4}\%$ oder
$2\frac{3}{4}$ „ = 3 „ − $\frac{1}{12}$ von 3%	= 5 „ − $\frac{1}{20}$ von 5%
$3\frac{1}{2}$ „ = 3 „ + $\frac{1}{6}$ „ 3 „	$4\frac{5}{6}$ „ = 5 „ − $\frac{1}{30}$ „ 5 „
$3\frac{3}{4}$ „ = 3 „ + $\frac{1}{4}$ „ 3 „	$5\frac{3}{4}$ „ = 6 „ − $\frac{1}{24}$ „ 6 „
$4\frac{1}{5}$ „ = 4 „ + $\frac{1}{20}$ „ 4 „	$5\frac{5}{6}$ „ = 5 „ + $\frac{1}{6}$ „ 5 „
	u. s. w.

§ 49. Beispiele.

1) $3\frac{1}{2}\%$ von 698,4 ℳ.

20,952 = 3%
+ 3,492 = $\frac{1}{6}$ von 3%

24,444 = 24,44 ℳ.

2) $4\frac{1}{5}\%$ von 2361,8 ℳ.

94,472 = 4%
+ 4,723 = $\frac{1}{20}$ von 4%

99,195 = 99,20 ℳ.

3) $5\frac{3}{4}\%$ von 934,6 ℳ.

56,076 = 6%
− 2,336 = $\frac{1}{24}$ von 6%

53,740 = 53,74 ℳ.

4) $5\frac{5}{6}$% von 768,5 ℳ

$$\begin{array}{rl} 38{,}425 & = 5\% \\ +\ 6{,}404 & = \frac{1}{6} \text{ von } 5\% \\ \hline 44{,}829 & = 44{,}83 \text{ ℳ} \end{array}$$

Oder:

768,5 ℳ

$$\begin{array}{rl} 46{,}110 & = 6\% \\ -\ 1{,}281 & = \frac{1}{6}\% \ (\frac{1}{6} \text{ von } 7{,}685) \\ \hline 44{,}829 & = 44{,}83 \text{ ℳ} \end{array}$$

5) $3\frac{1}{3}$% von 498 ℳ = 49,8 : 3 = 16,6 ℳ

6) 5% von 1375 kg = 137,5 : 2 = 68,75 kg.

7) $6\frac{1}{4}$% von 326,88 Ctr = 326,88 : 16 = 20,43 Ctr.

8) $16\frac{2}{3}$% von 705,6 m = 705,6 : 6 = 117,6 m.

II. **Fall.** Gegeben: der um bestimmte Procente vermehrte Wert und der Procentsatz.
Gesucht: die Procente (Procente **auf Hundert**).

Aufgabe. Wenn 4430,4 ℳ eine um 4% vermehrte Summe vorstellen; wie groß ist die Vermehrung?

Aufl. 4 ℳ entsprechen 104 ℳ
x „ „ 4430,4 „

104 : 4430,4 = 4 : x

$$x = \frac{4430{,}4 \ . \ 4}{104} = 170{,}4 \text{ ℳ}$$

Auflösung durch Schlüsse:

104 ℳ (vermehrter Wert) entsprechen 4 ℳ (Vermehrung)
1 ℳ „ „ entspricht $\frac{4}{104}$ „
4430,4 „ „ „ entsprechen $\frac{4}{104} . 4430,4$ „

$$\text{daher } x = \frac{4 \cdot 4430,4}{104} = 170,4 \text{ ℳ}$$

Anmerkung. Bezeichnet a den reinen Wert, so ist
bei $3^1/_3$% der verm. Wert $a + {}^1/_{30}\, a = {}^{31}/_{30} a$; d. h. die Vermehr. betr. $^1/_{31}$;
„ 5 „ „ „ „ $a + {}^1/_{20}\, a = {}^{21}/_{20} a$; d. h. „ „ „ $^1/_{21}$;
„ $6^1/_4$ „ „ „ „ $a + {}^1/_{16}\, a = {}^{17}/_{16} a$; d. h. „ „ „ $^1/_{17}$;
„ $6^2/_3$ „ „ „ „ $a + {}^1/_{15}\, a = {}^{16}/_{15} a$; d. h. „ „ „ $^1/_{16}$;
„ $8^1/_3$ „ „ „ „ $a + {}^1/_{12}\, a = {}^{13}/_{12} a$; d. h. „ „ „ $^1/_{13}$;
„ $12^1/_2$ „ „ „ „ $a + {}^1/_8\, a = {}^9/_8 a$; d. h. „ „ „ $^1/_9$;
„ $16^2/_3$ „ „ „ „ $a + {}^1/_6\, a = {}^7/_6 a$; d. h. „ „ „ $^1/_7$;
u. s. w.

III. Fall. Gegeben: der um bestimmte Procente verminderte Wert und der Procentsatz.
Gesucht: die Procente (Procente im Hundert).

Aufgabe. Nach Abzug von 4% blieben von einer Summe noch 4089,6 ℳ übrig. Wie groß ist der Abzug?

Aufl. 4 ℳ entsprechen 96 ℳ
x „ „ 4089,6 „

$$96 : 4089,6 = 4 : x$$

$$x = \frac{4089,6 \cdot 4}{96} = 170,4 \text{ ℳ}$$

Auflösung durch Schlüsse.

96 ℳ (verminderter Wert) entsprechen 4 ℳ (Abzug.)
1 ℳ „ „ entspricht $\frac{4}{96}$ ℳ „
4089,6 ℳ „ „ entsprechen $\frac{4}{96} . 4089,6$ ℳ „

$$\text{Daher ist } x = \frac{4 \cdot 4089,6}{96} = 170,4 \text{ ℳ}$$

Anmerkung. Bezeichnet wider a den reinen Wert, so ist
bei $3^1/_3$% der verminderte Wert $a - {}^1/_{30}\,a = {}^{29}/_{30}a$; d. h. die Verm. ist $^1/_{29}$;
" 5 " " " " $a - {}^1/_{20}\,a = {}^{19}/_{20}a$; d. h. " " " $^1/_{19}$;
" $6^1/_4$ " " " " $a - {}^1/_{16}\,a = {}^{15}/_{16}a$; d. h. " " " $^1/_{15}$;
" $6^2/_3$ " " " " $a - {}^1/_{15}\,a = {}^{14}/_{15}a$; d. h. " " " $^1/_{14}$;
" $8^1/_3$ " " " " $a - {}^1/_{12}\,a = {}^{11}/_{12}a$; d. h. " " " $^1/_{11}$;
" $12^1/_2$ " " " " $a - {}^1/_8\,a = {}^7/_8a$; d. h. " " " $^1/_7$;
" $16^2/_3$ " " " " $a - {}^1/_6\,a = {}^5/_6a$; d. h. " " " $^1/_5$;
u. s. w.

IV. Fall. Gegeben: der reine Wert u. der Procentsatz.
Gesucht: der um bestimmte Procente vermehrte oder verminderte Wert.

Aufgabe. Der Einkaufspreis einer Waare sei 130 ℳ; wieviel beträgt der Verkaufspreis

a) bei $12\frac{1}{2}$% Gewinn,
b) bei $16\frac{2}{3}$% Verlust?

Auflösung.

$$\text{a)}\ 130 + \frac{130\ .\ 12{,}5}{100} = 130 + {}^1/_8\ .\ 130 = 146{,}25\ \text{ℳ}$$

$$\text{b)}\ 130 - \frac{130\ .\ 16\frac{2}{3}}{100} = 130 - {}^1/_6\ .\ 130 = 108\tfrac{1}{3}\ \text{"}$$

V. Fall. Gegeben: der vermehrte Wert und der Procentsatz.
Gesucht: der reine Wert.

Aufgabe. Ein Kaufmann verkaufte um 922,5 ℳ Waaren und gewann dabei $12\frac{1}{2}$%. Wieviel kosteten dieselben im Einkauf?

	Einkaufspreis		Verkaufspreis
Aufl.	100 ℳ	werden zu	112,5 ℳ
	x "	" "	922,5 "

$$112{,}5 : 922{,}5 = 100 : x, \text{ oder}$$
$$9 : 922{,}5 = 8 : x$$

$$x = \frac{922,5 \;.\; 8}{9} = 820 \text{ M.}$$

Probe. 820 M. + $12\frac{1}{2}$% von 820 M. = 922,5 M.

$$820 \;.\; {}^1/_8 = 102,5$$
$$\underline{820,0}$$
$$922,5$$

Auflösung durch Schlüsse.

112,5 M. (Verkaufspreis) enthalten 100 M. (Einkaufspreis),

1 M. „ enthält $\frac{100}{112,5}$ M. „

922,5 M. „ enthalten $\frac{100}{112,5} . 922,5$ M. „

daher ist $x = \frac{100 \;.\; 922,5}{112,5} = \frac{922,5 \;.\; 8}{9} = 820$ M.

Anmerkung. Aus der Anmerkung zu Fall II folgt, dass man den reinen Wert aus dem vermehrten erhält, wenn man von letzterem abzieht:

$^1/_{31}$	bei $3^1/_3$%	$^1/_{13}$	bei $8^1/_3$%
$^1/_{21}$	„ 5 „	$^1/_9$	„ $12^1/_2$ „
$^1/_{17}$	„ $6^1/_4$ „	$^1/_7$	„ $16^2/_3$ „
$^1/_{16}$	„ $6^2/_3$ „		u. s. w.

VI. Fall. Gegeben: der verminderte Wert und der Procentsatz.

Gesucht: der reine Wert.

Aufgabe. Der Verkaufspreis einer Waare beträgt 24,3 M., wobei 10% Verlust; welches ist der Einkaufspreis?

	Einkaufspreis		Verkaufspreis
Aufl.	100 M.	werden zu	90 M.
	x „	„ „	24,3 „

$$90 : 24,3 = 100 : x$$

$$x = \frac{24{,}3 \cdot 10}{9} = 27 \text{ M.}$$

Probe. 27 M. — 10% von 27 M. = 24,3 M.

$$\begin{array}{r} 27{,}0 \\ 27 : 10 = 2{,}7 \\ \hline 24{,}3 \end{array}$$

Auflösung durch Schlüsse.

90 M. (Verkaufspreis) entsprechen 100 M. (Einkaufspreis),
1 M. " entspricht $\frac{100}{90}$ M. "
24,3 M. " entsprechen $\frac{100}{90} \cdot 24{,}3$ M. "

$$\text{daher ist } x = \frac{100 \cdot 24{,}3}{90} = 27 \text{ M.}$$

Anmerkung. Aus der Anmerkung zu Fall III folgt, daß man den reinen Wert aus dem verminderten erhält, wenn man zu letzteren addirt:

$^1/_{20}$ bei	$3^1/_3$%	$^1/_{11}$ bei	$8^1/_3$%
$^1/_{19}$ "	5 "	$^1/_7$ "	$12^1/_2$ "
$^1/_{15}$ "	$6^1/_4$ "	$^1/_5$ "	$16^2/_3$ "
$^1/_{14}$ "	$6^2/_3$ "		u. s. w.

VII. **Fall.** Gegeben: der Procentsatz und die Procente vom Hundert.
Gesucht: der reine Wert.

Aufgabe. Von welchem Betrage erhob man 55,2 M. Zoll à $5\frac{3}{4}$%?

Reiner Wert — Zoll

Aufl. 100 M. entsprechen 5,75 M.
x " " 55,2 "

$$5{,}75 : 55{,}2 = 100 : x$$

$$x = \frac{55{,}2 \cdot 100}{5{,}75} = 960 \text{ M.}$$

Probe. $5\frac{3}{4}\%$ von 960 ℳ = 55,2 ℳ.

$$\frac{960 \,.\, 5{,}75}{100} = 55{,}2 \text{ ℳ}$$

Auflösung durch Schlüsse.

5,75 ℳ (Zoll) entsprechen 100 ℳ (reiner Wert)

1 „ „ entspricht $\frac{100}{5{,}75}$ ℳ „ „

55,2 „ „ entsprechen $\frac{100}{5{,}75} . 55{,}2$ ℳ „ „

$$\text{daher } x = \frac{100 \,.\, 55{,}2}{5{,}75} = 960 \text{ ℳ}$$

Anmerkung. Aus der Anmerkung zu Fall I ergibt sich, dass man den reinen Wert erhält, wenn man die Prozente **vom** Hundert multiplicirt

mit 30 bei $3^1/_3\%$	mit 15 bei $6^2/_3\%$
„ 20 „ 5 „	„ 12 „ $8^1/_3$ „
„ 16 „ $6^1/_4$ „	u. s. w.

VIII. Fall. Gegeben: der Procentsatz und die Procente auf Hundert.
Gesucht: der vermehrte Wert.

Aufgabe. Wieviel beträgt ein Einkauf mit $37\frac{1}{2}\%$ Spesen, wenn diese sich auf 84,15 *Fs* belaufen?

	Spesen		Einkauf
Aufl.	37,5 *Fs*	entsprechen	137,5 *Fs*
	84,15 „	„	x

37,5 : 84,15 = 137,5 : x, oder
3 : 84,15 = 11 : x

$$x = \frac{84{,}15 \,.\, 11}{3} = 308{,}55 \textit{ Fs}$$

Probe. $37\frac{1}{2}$ % von (308,55 — 84,15) *Fs.* = 84,15 *Fs.*

$$\begin{array}{rl} 308,55 & \\ 84,15 & \\ \hline 224,40 & .\ ^3/_8 \\ \hline 56,10 & = {}^2/_8 \\ 28,05 & = {}^1/_8 \\ \hline 84,15 & \end{array}$$

Auflösung durch Schlüsse.

37,5 *Fs* (Spesen) entsprechen 137,5 *Fs* (Einkaufspreis)

1 „ „ entspricht $\frac{137,5}{37,5}$ „ „

84,15 „ „ entsprechen $\frac{137,5}{37,5} . 84,15$ *Fs* „ ;

daher ist $x = \frac{137,5 . 84,15}{37,5} = \frac{84,15\ .\ 11}{3} = 308,55$ *Fs*

IX. Fall. Gegeben: der Procentsatz und die Procente in Hundert.
Gesucht: der verminderte Wert.

Aufgabe. Die Verkaufsspesen à $13\frac{1}{3}$ % betragen 125,6 *Fs*; wie groß ist der Reinertrag?

	Spesen		Reinertrag
Aufl.	$13\frac{1}{3}$ *Fs*	entsprechen	$86\frac{2}{3}$ *Fs*
	125,6 „	„	x

$13\frac{1}{3} : 125,6 = 86\frac{2}{3} : x$, oder

$2 : 125,6 = 13 : x$

$$x = \frac{125,6\ .\ 13}{2} = 816,4 \textit{ Fs}$$

Probe. $13\frac{1}{3}$ % von (816,4 + 125,6) *Fs* = 125,6 *Fs*

$$\begin{array}{r} 816{,}4 \\ 125{,}6 \\ \hline 942{,}0 \end{array} \cdot \frac{40}{300} = 125{,}6 \; Fs$$

Auflösung durch Schlüsse:

$13\frac{1}{3}$ *Fs* (Spesen) entsprechen $86\frac{2}{3}$ *Fs* (Reinertrag;)

1 „ „ entspricht $\frac{86\frac{2}{3}}{13\frac{1}{3}}$ „ „

125,6 „ „ entsprechen $\frac{86\frac{2}{3}}{13\frac{1}{3}} \cdot 125{,}6$ *Fs* „;

daher $x = \frac{86\frac{2}{3}}{13\frac{1}{3}} \cdot 125{,}6 = \frac{13}{2} \cdot 125{,}6 = 816{,}4$ *Fs*

X. Fall. Gegeben: der reine Wert und die Procente.
Gesucht: der Procentsatz.

Aufgabe. Das Bruttogewicht einer Waare ist 1858 kg, die Tara 232,25 kg; wieviel Procent beträgt letztere?

Aufl. 1858 kg (Brutto) entsprechen 232,25 kg (Tara)
100 „ „ x „

$$1858 : 100 = 232{,}25 : x$$

$$x = \frac{100 \cdot 232{,}25}{1858} = 12\tfrac{1}{2}\ \%$$

Probe. $12\frac{1}{2}$ % von 1858 kg = 232,25 kg
1858 : 8 = 232,25

Auflösung durch Schlüsse.

1858 kg (Bruttogew.) enth. 232,25 kg (Tara)

1 " " " $\frac{232,25}{1858}$ " "

100 " " " $\frac{232,25}{1858} \cdot 100$ kg " ;

daher ist $x = \frac{232,25 \cdot 100}{1858} = 12\frac{1}{2}\,\%$

XI. Fall. Gegeben: der vermehrte Wert und die Procente.

Gesucht: der Procentsatz.

Aufgabe. Der Verkaufspreis einer Waare sei 166,75 ℳ., der Gewinn hiebei 21,75 ℳ.; wieviel Procent beträgt derselbe?

Aufl. Mit 145 ℳ. werden 21,75 ℳ. gewonnen,
" 100 " " x " "

$$145 : 100 = 21,75 : x$$

$$x = \frac{100 \cdot 21,75}{145} = 15\,\%$$

Probe. 145 ℳ. + 15 % von 145 ℳ. = 166,75 ℳ.

$$\begin{array}{r} 1,45 \cdot 15 \\ 725 \\ \hline 21,75 \\ 145,00 \\ \hline 166,75 \end{array}$$

Auflösung durch Schlüsse.

Mit 145 M. gewinnt man 21,75 M.,

„ 1 „ „ „ $\frac{21,75}{145}$ „

„ 100 „ „ „ $\frac{21,75}{145} . 100$ M.;

daher ist $x = \frac{21,75 . 100}{145} = 15\%$

XII. Fall. Gegeben: der verminderte Wert und die Procente.

Gesucht: der Procentsatz.

Aufgabe. Das Nettogewicht einer Waare ist 3716,25 kg, die Tara 247,75 kg; wieviel Procent beträgt dieselbe?

Aufl. Die Tara wird stets vom Bruttogewicht berechnet.

3716,25 kg Netto
247,75 „ Tara
3964,00 „ Brutto

Brutto — Tara
3964 kg entsprechen 247,75 kg
100 „ „ x „

$3964 : 100 = 247,75 : x$

$$x = \frac{100 . 247,75}{3964} = 6,25\%$$

Probe. $6\frac{1}{4}\%$ von (3716,25 + 247,75) kg muß 247,75 kg geben.

3716,25
247,75
3964 : 16 = 247,75

Auflösung durch Schlüsse.

3964 kg (Bruttogew.) enth. 247,75 kg (Tara);

1 " " " $\frac{247,75}{3964}$ " "

100 " " " $\frac{247,75}{3964} . 100$ ";

daher ist $x = \frac{247,75 \cdot 100}{3964} = 6\frac{1}{4}\,\%$

§ 50. Aufgaben.

1) Wieviel betragen p Procent von a Mark?

p =	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{3}$	$4\frac{7}{8}$	5
a =	481,5	2817,9	1536,8	3407,4	6283,7	894,9

p =	$5\frac{3}{4}$	9,3
a =	6390	10875,6

2) z Mark sind wieviel Procent von a Mark?

z =	40,14	36,89	16,92	36,74	316,9	316,9
a =	892	1054	564	734,8	3169	2852,1

3) Von welcher Summe sind p Procent = z Mark?

p =	$3\frac{1}{3}$	6	5	4	$8\frac{1}{3}$
z =	30,21	142,59	769,8	58,65	134,5

4) Wenn k Mark eine um p % vergrößerte Summe vorstellen, wie groß ist die reine Summe?

k =	2480	1090,89	290,16
p =	$3\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{2}$	4

k =	2519,09	3169
p =	6	$11\frac{1}{9}$

5) Wenn k' Mark eine um p % verminderte Summe vorstellen; wie groß ist die reine Summe?

k' =	232,8	624,57	882,18	162,15	564
p =	3	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{4}$	6	$6\frac{1}{4}$

6) Um wieviel Procent sind a Mark vergrößert worden, wenn die vermehrte Summe k Mark beträgt?

a =	279	734,8	145	1858
k =	290,16	771,54	166,75	2090,25

7) Um wieviel Procent sind a Mark vermindert worden, wenn die verminderte Summe k' Mark beträgt?

a =	240	654	936	172,5	601,6
k' =	232,8	624,57	882,18	162,15	564

8) Wieviel betragen:

a) die Tantieme von 6270 *Fs* à $1\frac{7}{8}$ %;
b) die Spesen à $2\frac{1}{2}$ % von 760,5 *M.*;
c) die Courtage von 2765 *M.* à $\frac{7}{16}$ %;
d) die Assecuranzprämie à $1\frac{1}{4}$ ‰ von 6375 *M.*;
e) das Delcredere à $2\frac{1}{8}$ % von 517 £ 12 *s*;
f) die Tara à $18\frac{3}{4}$ % von 1951 kg Bruttogewicht;
g) die Verkaufsprovision von 5386,8 *Fs* à $1\frac{1}{8}$ %;
h) die Dividende à $16\frac{2}{3}$ % von 7980 *M.*?

9) Wieviel betragen:

a) 382 *M.*, um $4\frac{1}{2}$ % vermehrt,
b) 481,5 „ „ $1\frac{1}{2}$ % „
c) 94,75 „ „ $2\frac{1}{8}$ % „
d) 1536,8 „ „ $2\frac{3}{4}$ % „
e) 4315,8 „ „ $\frac{1}{2}$ ‰ „
f) 2314,7 „ „ 1 ‰ „?

10) Wieviel betragen:

a) 86,75 M. nach Abzug von $2\frac{1}{4}$ %,
b) 274,5 „ „ „ „ $1\frac{7}{8}$ %,
c) 2817,9 „ „ „ „ $1\frac{3}{4}$ %,
d) 14890,7 „ „ „ „ 5,1 %
e) 8294,6 „ „ „ „ $6\frac{3}{4}$ %,
f) 10875,6 „ „ „ „ 9,3 %,
g) 6283,7 „ „ „ „ $4\frac{7}{8}$ %?

11) Wieviel machen 5175 M. zuzüglich $\frac{1}{3}$ % Provision und $\frac{1}{2}$ % Sensarie?

12) Wieviel betragen 2563,5 M. nach Abzug von $\frac{1}{8}$ % Provision und $\frac{1}{2}$ ‰ Maklerlohn?

13) 463,5 M. stellen eine um 3 % vermehrte Summe vor; wie groß ist die Vermehrung?

14) 436,5 M. sind eine um 3 % verminderte Summe; wie groß ist die Verminderung?

15) Wieviel bleibt übrig, wenn von 4550 M. $11\frac{1}{2}$ % abgezogen werden?

16) Eine Actiengesellschaft konnte unter den ungünstigen Zeitverhältnissen des Jahres 1866 nur eine Dividende von $\frac{3}{4}$ % verteilen, so daß auf jede Actie 3,75 M. ausbezahlt wurden. Wie groß ist diese?

17) Jemand zahlt bei einer Feuerversicherungs-Anstalt jährlich eine Prämie von 5,13 M, d. i. $\frac{1}{10}$ % oder 1 promille der Versicherungssumme. Wie groß ist letztere?

18) Jemand übernimmt eine zu 12380 M. veranschlagte Accordarbeit mit einem Abgebot von $4\frac{3}{4}$ %; um welche Summe liefert er demnach die ganze Arbeit?

19) A übernimmt eine zu 2475 M. veranschlagte Arbeit mit einem Abgebot von $7\frac{1}{4}$ %. Wie groß ist die Accordsumme?

20) Jemand bietet auf eine zu 12870 M. veranschlagte Accordarbeit die Summe von 1351,35 M. ab. Wieviel Procent beträgt dieses Abgebot?

21) Die Zimmermannsarbeiten eines Neubaues werden um 11378 M. 87,5 ₰ übernommen; wie groß war die Anschlagsumme, wenn das Abgebot $8\frac{3}{4}$ % betrug?

22) Der Einkaufspreis einer Waare beträgt 275 M., der Gewinn 6 %; wie groß ist dieser?

23) Verkaufspreis 255,6 *Fs*; Gewinn $6\frac{1}{2}$ %; wie groß ist der Einkaufspreis?

24) Einkaufspreis 72 M.; Gewinn $12\frac{1}{2}$ %; wieviel beträgt der Verkaufspreis? *)

25) Verkaufspreis 81 M.; Gewinn $12\frac{1}{2}$ %; wie groß ist der Einkaufspreis?

26) Einkaufspreis 120 M.; Verlust $6\frac{1}{4}$ %; wieviel beträgt der Verkaufspreis?

27) Verkaufspreis 112,5 M.; Verlust $6\frac{1}{4}$ %; welches ist der Einkaufspreis?

28) Einkaufspreis 32 M.; Verkaufspreis 36 M.; wieviel Procent beträgt der Gewinn?

29) Einkaufspreis 36 M., Verkaufspreis 32 M.; wieviel Procent ist der Verlust?

---

*) Viele dieser Aufgaben wird der Schüler leicht im Kopfe lösen können, z. B.:

24) An 72 M. gewinnt man $^1/_8$, also 9 M., daher an 72 + 8 = 80 M.

25) 81 M. = $^9/_8$ des Einkaufspreises,
9 M. = $^1/_8$ desselben, also
72 M. = Einkaufspreis.

28) An 32 M. gewinnt man 4 M., daher ist der Gewinn $^1/_8$ oder $12^1/_2$% u. s. w.

30) Einkaufspreis 720 *Fs*; Gewinn 36 *Fs*; wieviel Procent beträgt dieser?

31) Verkaufspreis 720 *Fs*; Gewinn 36 *Fs*; wieviel Procent ist dieser?

32) Einkaufspreis 24 M.; Verlust 2 M.; wieviel Procent ist dieser?

33) Verkaufspreis 24 M.; Verlust 2 M.; wieviel Procent Verlust?

34) 140 M. stellen 25 % Gewinn vor; wie groß ist der Verkaufspreis?

35) 13,8 M. stellen 6 % Verlust vor; wie groß ist der Einkaufspreis?

36) Eine Waare kostet mit $12\frac{1}{2}$ % Spesen 90 M.; wie groß sind letztere?

37) Eine Waare kostet mit $6\frac{1}{4}$ % Spesen 3417 *Fs*; wieviel ohne Spesen?

38) Nach Abzug von $6\frac{1}{4}$ % Spesen kostet eine Waare 3202,5 *Fs*; wieviel betragen die Spesen?

39) Eine Waare kostet mit Spesen 37,1 M., letzere betragen 2,1 M.; wieviel Procent sind dies?

40) Nach Abzug von $18\frac{3}{4}$ % Zoll kostet eine Waare 650 M.; wieviel hat sie vorher gekostet?

41) Eine Waare kostet mit $18\frac{3}{4}$ % Zoll 760 M.; wieviel ohne Zoll?

42) Eine Partie Waare ist um $6\frac{1}{4}$ % eingetrocknet und wiegt nur noch 1950 kg; wieviel ist eingetrocknet?

43) Die Spesen auf eine Waare betragen 63,2 M. oder $13\frac{1}{3}$ %; wieviel kostet diese Waare sammt den Spesen?

44) Ein Kiloliter Wein kostet 450 M.; wie teuer

muſs man den Liter verkaufen, wenn man 25 % gewinnen will?

45) 2 Kiloliter und 8 Hektoliter Wein koſten 2100 ℳ; wie teuer muſs man den Liter verkaufen, wenn man 30 % gewinnen will?

46) Wenn man den Hektoliter Wein zu 72 ℳ kauft und den Liter um 80 ₰ verkauft, wieviel Procent gewinnt man?

47) Jemand kauft 54 hl Wein à 80 ℳ. Wie hoch muſs er den Liter verkaufen, um 25 % zu gewinnen?

48) 100 Stück einer Waare werden um 3,6 ℳ gekauft und das Stück zu 5 ₰ verkauft; wieviel Procent beträgt der Gewinn?

49) Ein Fabrikant verkauft 20 Tauſend Backſteine um 740 ℳ und gewinnt hiebei 15%; wieviel betragen die Herſtellungskoſten für das Tauſend Backſteine?

50) Die Herſtellung von 30000 Stück Ziegelſteinen koſtet 1080 ℳ. Wenn nun das Tauſend um 41,4 ℳ verkauft wird, wieviel Procent beträgt der Gewinn?

51) Der Einkaufspreis einer Waare beträgt 22,5 ℳ per Centner; wie iſt das Pfund zu verkaufen, wenn man 15% gewinnen will?

52) Das Pfund einer Waare wird um 18,2 ℳ verkauft und hiebei werden $8\frac{1}{3}$ % gewonnen; wie hoch wurde der Ctr eingekauft?

53) 5 Dutzend eines Artikels werden um 144 ℳ eingekauft, wie teuer iſt jedes Stück zu verkaufen, wenn man 15 % gewinnen will?

54) Ein Kaufmann bezieht eine Waare, welche 1875 ℔ Bruttogewicht hat, zum Preiſe von 32,6 ℳ per Ctr

netto, die Tara wird mit 8% berechnet. Wie hoch kommt die Waare?

55) Eine um 51,5 *M.* eingekaufte Waare muss um 46,25 *M.* wieder verkauft werden, da ein Teil der Waare durch den Transport unbrauchbar wurde, wieviel Procent beträgt der Verlust?

56) Jemand verkauft eine Waare mit 20 % Verlust und muss auf diese Weise den Ctr um 35 *M.* wohlfeiler geben, als er ihn eingekauft hat. Wie teuer hat er den Ctr eingekauft und wie teuer verkauft?

57) Verkauft man eine Waare um 36 *M.*, so beträgt der Verlust $6\frac{1}{4}$ %. Wie müsste man dieselbe verkaufen, wenn man 5 % gewinnen wollte?

58) Wird eine Waare um 82,5 *Fs* verkauft; so beträgt der Verlust $8\frac{1}{3}$ %. Wie ist dieselbe zu verkaufen, wenn man $8\frac{1}{3}$ % gewinnen will?

59) Jemand bezieht 50 kg um 162,5 *Fs* und verkauft das kg zu 3,5 *M.* wieviel Procent gewinnt er?

60) Wenn der Doppelcentner (= 100 kg) einer Waare mit 160,5 *Fs* eingekauft und der Ctr um 85,6 *M.* verkauft werden kann, wieviel Procent beträgt der Gewinn?

61) Wenn von einer Sorte Wein der Hektoliter um 20 Taler eingekauft und ein Liter um 75 deutsche Pfennige verkauft wird, wieviel Procent beträgt der Gewinn?

62) Wenn ein Hektoliter Wein um $24\frac{2}{3}$ Taler eingekauft wird, um wie viele deutsche Pfennige ist 1 Liter zu verkaufen, wenn man 5% gewinnen will?

63) Wenn man von einer Waare 1 kg um 2,24 *M.* verkauft und hiebei 12% gewinnt; um wie viele Taler wurde der Centner eingekauft?

64) Wieviel erhielt ein Factor von einem Gewinne von 1560 ℳ., wenn seine Tantième $3\frac{1}{4}$ % beträgt?

65) Der zu $8\frac{1}{3}$ % bewilligte Nachlaß an einer Forderung beträgt 347 ℳ.; wieviel ist zu bezahlen?

66) An einer Forderung sind 30 % verloren gegangen und man erhielt nur 1526 ℳ.; wie groß war der Verlust?

67) Jemand verlor an einer Forderung $16\frac{2}{3}$ % und erhielt daher nur 4475 ℳ.; wie groß war dieselbe?

68) Bei einer Forderung von 9450 $ gehen 60 % verloren; wieviel beträgt der Verlust?

69) Ein Gläubiger erhielt aus einer Concursmasse, welche $37\frac{1}{2}$ % bezahlte, 2208 ℳ.; wieviel verlor er an seiner Forderung?

70) Eine Concursmasse bezahlt statt 12820 ℳ. nur 2564 ℳ.; wieviel Procent verlieren die Gläubiger?

71) Ein Commissionär besorgt einen Einkauf im Betrag von 735 ℳ. und einen Verkauf zu 735 ℳ.; in beiden Fällen unter Berechnung von $2\frac{1}{2}$ % Spesen. Wieviel beträgt

a) der Einkauf,
b) der Verkauf?

Anmerkung. Die Spesen werden beim Einkauf addirt, beim Verkauf subtrahirt?

72) Welchen Wert erlangt a) ein Einkauf, b) ein Verkauf im Betrag von 1275 *Fs* unter Berechnung von 3 % Spesen und $\frac{5}{8}$ % Courtage?

73) Ein Commissionär zahlt seinem Committenten nach Abzug von $3\frac{1}{3}$ % für Commission 275,5 ℳ.; von welchem Betrag ist letztere gerechnet?

74) Mit welchem Betrag sind verdient worden:

a) 63 ℳ. Commission à 3 %,
b) 75 ℳ. Provision à 4 %,
c) 2,35 *Fs* Courtage á $\frac{3}{8}$ %?

75) Bei einer Waare beträgt die Tara à 16$\frac{2}{3}$ % 162,3 kg; wie groß ist das Bruttogewicht derselben?

(Siehe die Aufgabe zum XII. Falle.)

76) Das Nettogewicht einer Waare ist 2803,5 kg, die Tara 11 %; wie groß ist das Bruttogewicht?

77) Das Bruttogewicht eines Fasses ist 1290 kg, die Tara 6$\frac{1}{2}$ %; wieviel wiegt das leere Faß?

78) Bei Einführung der deutschen Reichswährung erhielt ein Buchhalter statt eines südd. Guldens 3 ℳ.; um wieviel Procent hat sich dessen Gehalt erhöht?

79) Wenn bei Einführung der Markrechnung $\frac{1}{3}$ m ebensoviel Mark kostet, als der frühere bayer. Fuß halbe Gulden gekostet hat; um wieviel Procent ist der Preis des betreffenden Artikels gestiegen? (1 m = 3,4 bayer. Fuß.)

80) Wenn das frühere bayerische Pfund (560 g) einer Waare 1 Kreuzer kostete und jetzt das metrische Pfund (500 g) derselben Waare um 3 Pfennige verkauft wird, wieviel Procent ist dieselbe aufgeschlagen?

81) Die bisherige, an den bayerischen Staat zu entrichtende Taxe bei Besitzveränderungen betrug 10 Pfennige für je 12 Mark; seit dem 19. Februar 1878 beträgt dieselbe 2 ₰ für je eine ℳ. Wieviel Procent macht die Erhöhung dieser Taxe aus?

82) Im Jahre 1876 waren in Frankreich mit Feldfrüchten bebaut im Ganzen 1600,76 Quadrat-Myrameter = 30,3 % der ganzen Oberfläche des Landes. Wieviele Quadrat-Kilometer ergeben sich hiernach als Gesammtfläche Frankreichs?

c) Anwendung der Procentrechnung auf die Berechnung von Rabatt.

§ 51. Unter Rabatt versteht man im Allgemeinen einen Abzug, welchen der Verkäufer dem Käufer gewährt ohne Rücksicht auf den Zahlungstermin (oder das Creditziel). Er wird gewöhnlich in Procenten angegeben und zwar meistens in Procenten vom Hundert, selten in Procenten auf Hundert.

Wir unterscheiden außer dem Rabatt noch:

a) das zu rabattirende Kapital, d. h. die Summe, von welcher ein bestimmter Rabatt genommen werden soll;

b) das rabattirte Kapital, d. h. die Summe, welche man erhält, nachdem der Rabatt abgezogen ist;

c) den betreffenden Procentfuß.

§ 52. Beispiele.

1) Wieviel beträgt der 4procentige Rabatt von 1205 ℳ.

a) auf Hundert,
b) vom Hundert?

Auflösung.

a) 104 ℳ. entsprechen 4 ℳ. Rabatt,
1205 „ „ x „ „

$$x = \frac{1205 \cdot 4}{104} = 46\tfrac{9}{26} \text{ ℳ.}$$

b) 100 ℳ. entsprechen 4 ℳ. Rabatt,
1205 „ „ x „ „

$$x = \frac{1205 \cdot 4}{100} = 48{,}2 \text{ ℳ.}$$

2) Nachdem von einer gewissen Summe 4% Rabatt

auf 100 abgezogen war, blieben noch $1158\frac{17}{26}$ ℳ. übrig; wie groß war dieselbe?

Auflösung.

100 ℳ. entsprechen 104 ℳ.
$1158\frac{17}{26}$ „ x „

$$x = \frac{1158\frac{17}{26} \cdot 104}{100} = 1205 \text{ ℳ.}$$

3) Wie groß ist das zu rabattirende Capital, welches nach Abzug von 4% Rabatt vom Hundert 1156,8 ℳ. beträgt?

Auflösung.

96 ℳ. entsprechen 100 ℳ.
1156,8 „ „ x „

$$x = \frac{1156,8 \cdot 100}{96} = 1205 \text{ ℳ.}$$

4) Wieviel Procent Rabatt rechnete man auf Hundert, wenn $1158\frac{17}{26}$ ℳ. statt 1205 ℳ. bezahlt wurden?

Auflösung.

$1158\frac{17}{26}$ ℳ. geben $46\frac{9}{26}$ ℳ. Rabatt,
100 „ „ x „

$$x = \frac{100 \cdot 46\frac{9}{26}}{1158\frac{17}{26}} = 4\,\%$$

5) Wieviel Procent Rabatt rechnete man vom Hundert, wenn 1156,8 ℳ. statt 1205 ℳ. bezahlt worden?

Auflösung.

1205 ℳ. geben 48,2 ℳ. Rabatt,
100 „ „ x „ „

$$x = \frac{100 \cdot 48,2}{1205} = 4\%$$

§ 53. Aufgaben*)

1) Wieviel betragen p Procent Rabatt von a Mark?

p =	2	$2\frac{1}{4}$	3	4	5
a =	136	352	243,8	154,9	462,6

p =	$8\frac{1}{3}$	$11\frac{2}{3}$	$16\frac{2}{3}$
a =	212,8	187,4	397,8

2) Nachdem von einem Betrage p Procent Rabatt abgezogen war, blieben k' Mark übrig; wie groß war jener?

p =	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{3}$	5	$6\frac{1}{4}$
k' =	348,69	921,93	371,78	657,875	4227

3) Der Rabatt von a Mark beträgt z Mark; wieviel Procent ist dies?

a =	96	146	238,4	364,8
z =	9,6	7,3	11,92	21,888

a =	545,7	1426
z =	18,19	92,69

4) p Procent Rabatt von einer Summe betragen z Mark; wie groß ist jene?

p =	$4\frac{1}{2}$	5	$6\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{3}$	$12\frac{1}{2}$
z =	3,06	19,6	54,3	68,4	139,5

5) Jemand kauft 140 ℔. à 1,1 ℳ. und 80 ℔. à 90 ₰. Wieviel beträgt die baare Zahlung nach Abzug von 1% Rabatt?

6) Wenn eine Buchhändlerrechnung nach Abzug von $6\frac{1}{4}$% Rabatt 405,75 ℳ. beträgt; wie groß war sie vorher?

7) Wenn Jemand bei je 12 gekauften Exemplaren

*) In den nachfolgenden Aufgaben ist der Rabatt stets vom Hundert zu verstehen.

eines Buches ein Freiexemplar erhält und außerdem noch 10% abziehen darf; wieviel Procent Rabatt sind ihm hiedurch bewilligt?

8) Man ziehe ab:

a) von 2473 ℳ. einen Rabatt von $1\frac{5}{8}\%$
b) „ 869,4 „ „ „ „ $2\frac{1}{4}\%$
c) „ 762,8 „ „ „ „ $1\frac{3}{4}\%$
d) „ 2516,9 „ „ „ „ $1\frac{1}{2}\%$
e) „ 912,8 „ „ „ „ $1\frac{1}{4}\%$
f) „ 613,4 „ „ „ „ $\frac{1}{4}\%$

9) Einem Kaufmanne wird ein Artikel von zwei Seiten angeboten, und zwar um den Preis von

a) 24 ℳ. mit $6\frac{1}{4}\%$;
b) 27 ℳ. „ $8\frac{1}{3}\%$ Rabatt vom Hundert.

Welches Angebot in das vorteilhaftere?

d) Vermischte Aufgaben aus der Procentrechnung.

§ 54. 1) Das deutsche Pfund (Zoll-℔.) hat 500 g, das englische 453,593 g;

a) um wieviel Procent ist das deutsche Pfund schwerer als das englische?

b) um wieviel Procent ist das englische Pfund leichter als das deutsche?

Auflösung.

a) $500 - 453{,}593 = 46{,}407$

$$x = \frac{100 \,.\, 46{,}407}{453{,}593} = 10{,}2309\%$$

b) $$x = \frac{100 \,.\, 46{,}407}{500} = 9{,}2814\%$$

Anmerkung. Die Auflösung a) entspricht dem Procentsatz auf Hundert, die Auflösung b) dem Procentsatz vom Hundert.

Probe. 10,2309 % von 453,593 g = 46,4066 g
9,2814 % von 500 g = 46,407 g

2) Vergleiche ebenso:

a) 1 Zwanzig-Markstück und 1 Zwanzig-Francsstück ($1722\frac{2}{9}$ *Fs* = 1395 *M*);

b) 1 silbernes Fünfmarkstück und 1 Fünffrancsstück ($111\frac{1}{9}$ *Fs* = 100 *M*);

c) 1 Pfund Sterling und 1 Zwanzigmarstück (68,2838 £ = 1395 *M*);

d) 1 österr. Silbergulden und 1 Zweimarkstück (45 österr. Gulden = 100 *M*);

e) 1 pariser und 1 engl. Fuß (1 par. Fuß = 0,3248 m; 1 engl. Fuß = 0,3048 m);

f) 1 Meter und 1 Yard (1 Yard = 0,914 m);

g) 1 Liter und 1 alte bayer. Maas (1 Liter = 0,9354 Maas);

h) 1 Zollpfund (500 g) und 1 altes bayer. Pfd. (560 g).

3) Beim Eichen gewöhnlicher Maßstäbe sind folgende Abweichungen in der Gesammtlänge noch erlaubt:

a) Metallmaßstäbe,

bei einer Länge von	2	Meter	0,75	Millimeter,
" " " "	1	"	0,5	"

b) Werkmaßstäbe aus Holz,

bei einer Länge von	5	Meter	4,0	Millimeter,
" " " "	2	"	1,5	"
" " " "	1	"	0,75	"

c) Maßstäbe für Langwaaren, aus Holz, nur in Centimeter geteilt,

bei einer	Länge	von	1 Meter	1,0 Millimeter,
„	„	„	„ 0,5 „	0,75 „

Wieviel Procent betragen diese Abweichungen?

4) Beim Eichen der Flüssigkeitsmaße aus Metallblech sind in der Größe des Durchmessers Abweichungen bis zu 5 % im **Mehr** und **Weniger** gestattet. Wenn nun

das 2	Litermaß	108,4	Millimeter,
„ 1	„	86,0	„
„ ½	„	68,3	„ Durchmesser

haben, welche äußersten Werte nach oben und unten dürfen die Durchmesser dieser 3 Maße noch haben?

5) Bei dem Eichen der metrischen Gewichtsstücke des gewöhnlichen Handelsverkehrs dürfen verordnungsgemäß folgende Abweichungen im Zuviel oder im Zuwenig stattfinden:

Gewichtsstücke:		Abweichung:	
50	Kilogramm	5	Gramm,
20	„	4	„
10	„	25	Decigramm,
5	„	125	Centigramm,
2	„	60	„
1	„	40	„
500	Gramm	25	„
½	Pfund	12,5	„

Man drücke diese Abweichungen

a) in Procenten,

b) in Form eines Verhältnisses aus, dessen Vorderglied 1 ist.

6) Die Eisenbahnfahrt Lienz-Botzen kostet in III. Classe nach dem Tarif 3,80 österr. Silber-Gulden; an der Kasse bezahlte man im Septbr. 1876 aber 4,37 fl. in Papier. Wieviel Procent betrug daher damals der Agiozuschlag?

7) Jemand will 840 M., welche er für einen andern einkassirt hat, diesem mit der Post portofrei zu senden. Wenn nun die Post $1\frac{1}{4}$ % Porto rechnet, wieviel muss er von jener Summe wegnehmen, damit er den Rest portofrei absenden kann?

8) A schickt dem B die Summe von 840 M., jedoch unfrankirt; wieviel muss er diesem Betrag noch beifügen, damit B nach Abzug von $1\frac{1}{4}$ % Porto gerade 840 M. hat?

9) Die steilste Eisenbahnstrecke, welche noch mit freien Lokomotiven befahren wird, ist die Bahn von Zürich auf die Spitze des Uetliberges; die größte Steigung beträgt $\frac{1}{14\frac{2}{7}}$ (d. h. 1 m Steigung auf $14\frac{2}{7}$ m Strecke); wieviel Procent beträgt diese Steigung?

10) Man gebe das Steigungsverhältniß nachstehender Eisenbahnstrecken in Procenten an:

a) Neumarkt-Markt-Schorgast (Bayern)	1 : 40
b) Innsbruck-Botzen (Brennerbahn)	
c) Wien-Triest (Sömmeringbahn)	
d) Schweinfurt-Kissingen	1 : 45

11) Von einem Stoffe kauft man in England 1 Yard um 3 s 6 d; wie hoch kommt 1 Meter in Mark, wenn 12 % Spesen gerechnet werden und 1 Yard = 914 mm, 1 £ = 20,4 M. angenommen wird?

Auflösung. Diese Aufgabe läßt sich bequem mit Hilfe der Kettenregel lösen:

$$\begin{aligned} x \text{ ℳ} &= 1000 \text{ mm} \\ 914 &= 1 \text{ Yard} \\ 1 &= 42 \text{ d} \\ 240 &= 1 \text{ £} \\ 1 &= 20{,}4 \text{ ℳ} \\ 100 &= 112 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1000 \,.\, 42 \,.\, 20{,}4 \,.\, 112}{914 \,.\, 240 \,.\, 100} = 4{,}37 \text{ ℳ}$$

Durch Schlüsse ist die Auflösung folgende:

$$1 \text{ m kostet } \frac{42 \,.\, 1000}{914} \text{ d} = 45{,}9518 \text{ d};$$

$$\text{hiezu } 12\,\% \qquad = \;\; 5{,}5142 \text{ „}$$

$$51{,}4660 \text{ d}$$

$$51{,}466 \text{ d} = \frac{51{,}466 \,.\, 20{,}4}{240} = 4{,}37 \text{ ℳ}$$

12) Ein Meter Seide kostet in Paris 8 *Fs*; die Spesen (Zoll und Fracht) betragen 4 %. Wie stellt sich in Mark der Verkaufspreis per Meter, wenn der Gewinn 10 % sein soll und 100 *Fs* = 81 ℳ gerechnet werden?

13) A in Frankfurt erhält von Wien Waaren im Gewicht 7500 kg brutto, zum Preise von 80 ö. fl. per 50 kg netto; Tara = 8 %; die Spesen bis Frankfurt betragen 5 %. Wie hoch stellt sich der Preis für 1 kg, wenn 15 % Gewinn dazu geschlagen, und 100 fl. ö. = 170 ℳ berechnet werden?

14) Eine Waare kostet in Holland 85 Cents per $\frac{1}{2}$ kg mit $1\frac{1}{2}$ % Rabatt; die Spesen betragen $12\frac{1}{2}$ %, Provision 4 %. Wenn nun in Augsburg der Centner dieser Waare mit 180 ℳ verkauft wird; wieviel Procent gewinnt man? (1 holl. fl. = 1,70 ℳ gerechnet).

15) 100 Yards werden in London um 22 £ 10 *s* gekauft mit 2% Rabatt; die Unkosten betragen zusammen 4%; wie berechnet sich in Berlin 1 m, wenn 6% Gewinn erzielt werden sollen? (1 £ = 20,4 ℳ gerechnet; 1 Yard = 0,914 m).

16) Wir beziehen von Manchester eine Kiste, wiegend 125 kg, enthaltend 60 Stück Leinwand von je 24 Yards á 11 d per Yard mit 15% Rabatt. Die Bezugsspesen betragen 7 ℳ per 50 kg und für Eingangszoll bezahlen wir in Bayern 6 ℳ per 1 Ctr netto (mit 16% Tara-Vergütung vom Bruttogewicht).

a) Was kostet 1 Stück im Einkauf?

b) Wie werden wir 1 m berechnen, wenn 15% Gewinn darauf geschlagen werden sollen? (10 £ = 204 ℳ; 35 Yards = 32 m gerechnet).

17) C in München läſst in Wien Waaren einkaufen. Man berechnet dort 100 kg zu 75 *fl.* ö.; die Unkosten betragen 8%. Wie hat derselbe in München $\frac{1}{2}$ kg zu verkaufen, wenn 12% Gewinn dazu geschlagen werden? (100 *fl.* ö. = 170 ℳ)

18) R in Würzburg bezieht aus Bordeaux ein Faſs (Tonneau) Wein, enthaltend 4 Oxhoft (Bariques, altes Weinmaß) zum Preis von 700 *Fs* per Tonneau. Zoll und Fracht betragen 37%. Wie hoch berechnet sich in Mark 1 Liter Wein ohne Rücksicht auf Gewinn? (1 Barique durchschnittlich 225 l; 100 *Fs* = 81 ℳ).

19) A in Nürnberg bezieht aus Oesterreich Tuch, den Meter zu 2,4 ö. *fl.*; Fracht und Zoll betragen 10%; wie berechnet sich 1 m in Mark, wenn 10% Gewinn gerechnet werden? (100 *fl.* ö. = 171 ℳ)

20) N in Mannheim bezieht aus London eine Waare im Gewichte von 11 Cwt. zu dem Preise von 57 *s* per

Cwt. mit 1 % Sconto. Die Unkosten betragen $7\frac{1}{2}$ %. Wie ist in Mannheim 1 kg zu verkaufen, wenn 15 % Gewinn erzielt werden sollen? (10 £ = 204 ℳ. gerechnet; 1 Cwt. = 112 engl. ℔. = 50,802 kg)

21) N in Paris bezieht aus Leipzig 4500 kg Wolle zu dem Preise von 185 ℳ. per 50 kg mit 1 % Sconto. Zoll und Fracht betragen 8 *Fs* per 50 kg. Wie berechnet sich in Paris der metrische Centner (= 100 kg) ohne Rücksicht auf Gewinn? (100 ℳ. = 121,75 *Fs* angenommen.)

IX. Zinsrechnung.

§ 55. In der Zinsrechnung kommen folgende Dinge in Betracht:

a) das ausgeliehene Kapital,
b) der Zinsfuß,
c) die Zeit und
d) die Zinsen.

Die Aufgaben der Zinsrechnung können durch Schlüsse und mit Proportionen gelöst werden. Die wichtigsten sind folgende:

I. Fall. Gegeben: Kapital, Zinsfuß und Zeit.
Gesucht: die Zinsen.

Beispiel. Welchen Zins bringt ein Kapital von 4240 ℳ. zu $4\frac{1}{2}$ %

a) in 1 Jahre,
b) in $2\frac{1}{2}$ Jahren,
c) in 10 Monaten,
d) in 125 Tagen?

Auflösung.

a) Die jährlichen Zinsen zu 1 % sind

$$= \frac{4240}{100} = 42{,}4, \text{ daher zu } 4{,}5\ \%$$

$$= 42{,}4 \,.\, 4{,}5 = 190{,}8 \text{ M.}$$

b) Die jährlichen Zinsen zu 4,5 % sind

$$= \frac{4240 \,.\, 4{,}5}{100}, \text{ daher die } 2\tfrac{1}{2} \text{ jährigen}$$

$$= \frac{4240 \,.\, 4{,}5 \,.\, 2{,}5}{100} = 42{,}4 \,.\, 4{,}5 \,.\, 2{,}5$$

$$= 477 \text{ M.}$$

Die Zinsen werden demnach mittels des Ausdrucks

$$\frac{\text{Kapital mal Zinsfuß mal Jahre}}{100} \text{ gefunden.}$$

c) Die jährlichen Zinsen zu 4,5 % sind

$$= \frac{4240 \,.\, 4{,}5}{100}, \text{ daher die monatlichen}$$

$$= \frac{4240 \,.\, 4{,}5}{100 \,.\, 12}, \text{mithin die 10monatlichen}$$

$$= \frac{4240 \,.\, 4{,}5 \,.\, 10}{1200} = 159 \text{ M.}$$

Hier dient der Ausdruck:

$$\frac{\text{Kapital mal Zinsfuß mal Anzahl der Monate}}{1200}$$

zur Berechnung der Zinsen.

d) Die jährlichen Zinsen zu 4,5 % sind

$$= \frac{4240 \,.\, 4{,}5}{100}, \text{ die Zinsen für 1 Tag}$$

$$= \frac{4240 \cdot 4{,}5}{100 \cdot 360}, \text{ daher die Zinsen für 125 Tage}$$

$$= \frac{4240 \cdot 4{,}5 \cdot 125}{36000} = \frac{4240 \cdot 125}{8000} = 66{,}25 \text{ ℳ.}$$

Die Berechnung der Zinsen geschieht hier nach dem Ausdrucke:

$$\frac{\text{Kapital mal Zinsfuß mal Anzahl der Tage}}{36000}$$

§ 56. Bezeichnet man ganz allgemein

das ausgeliehene Kapital mit a,
den Zinsfuß " p,
die Zeit in Jahren " n,
die Zeit in Monaten " m,
die Zeit in Tagen " t,
die Zinsen des Kapitals " z,

so lassen sich die oben erhaltenen Regeln durch folgende Gleichungen (Formeln) darstellen:

Zinsen für 1 Jahr; $z = \frac{a \cdot p}{100}$

Zinsen für n Jahre; $z = \frac{a \cdot p \cdot n}{100}$

Zinsen für m Monate; $z = \frac{a \cdot p \cdot m}{1200}$

Zinsen für t Tage; $z = \frac{a \cdot p \cdot t}{36000}$

§ 57. Besondere Vorteile bei der Berechnung der Zinsen.

1) Die jährlichen Zinsen

à $3\frac{1}{3}$ % betragen $\frac{3\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{30}$ des Kapitals,

à 5 % " $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ " "

à $6\frac{1}{4}$ % " $\frac{6\frac{1}{4}}{100} = \frac{1}{16}$ " "

à $8\frac{1}{3}$ % " $\frac{8\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{12}$ " " u. s.w.

Beispiele.

3501 *Fs* à $3\frac{1}{3}$ % = 350,1 : 3 = 116,7 *Fs*
5674 ℳ à 5 % = 567,4 : 2 = 283,7 ℳ
4395,2 ℳ à $6\frac{1}{4}$ % = 4395,2 : 16 = 274,7 ℳ
9806,4 £ á $8\frac{1}{3}$ % = 9806,4 : 12 = 817,2 £

2) Die Abkürzungen in nachstehenden Beispielen erklären sich leicht.

a) Welches sind die jährlichen Zinsen von

703,8 ℳ à $5\frac{5}{6}$ % und á $5\frac{1}{4}$ %?

7,038 = 1 %	Oder: 7,038 = 1 %
35,190 = 5 %	42,228 = 6 %
+ 5,865 = $\frac{5}{6}$ %	— 1,173 = $\frac{1}{6}$ %
41,055 = 41,06 ℳ	41,055 = 41,06 ℳ

7,038

35,190 = 5 %
1,7595 = $\frac{1}{4}$ %

36,9495 = 36,95 ℳ

b) Man berechne die Zinsen von

945 ℳ á 5 % in 5 Monaten und
á 6 % in 7 Monaten.

9,45 = 1 % in 12 Mt.	9,45
47,25 = 5 % in 12 „	56,70 = 6 % in 12 Mt.
15,75 = 5 % in 4 „	28,35 = 6 % in 6 „
+ 3,9375 = 5 % in 1 „	4,725 = 6 % in 1 „
19,6875 = 19,69 *M.*	33,075 = 33,08 *M.*

3) Die Berechnung der Zinsen nach Tagen geschieht, wie oben gezeigt worden, nach dem Ausdrucke:

$$\frac{\text{Kapital . Zinsfuß . Tage}}{36000} = \frac{a \,.\, p \,.\, t}{36000}$$

Derselbe geht für bestimmte Procentsätze in folgende über:

$1\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{36000}$ od. kürzer $\frac{a \,.\, t}{36000}$

$1\frac{1}{2}\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{24000}$ „ $\frac{a \,.\, t}{24000}$

$2\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{18000}$ „ $\frac{a \,.\, t}{18000}$

$2\frac{1}{2}\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{14400}$ „ $\frac{a \,.\, t}{14400}$

$3\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{12000}$ „ $\frac{a \,.\, t}{12000}$

$4\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{9000}$ „ $\frac{a \,.\, t}{9000}$

$4\frac{1}{2}\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{8000}$ „ $\frac{a \,.\, t}{8000}$

$5\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{7200}$ „ $\frac{a \,.\, t}{7200}$

$6\ \%;\quad \frac{\text{Kapital . Tage}}{6000}$ „ $\frac{a \,.\, t}{6000}$

Beispiele.

Man berechne die Zinsen von

a) 735 ℳ. á 4 % in 58 Tagen,
b) 968 „ „ $4\frac{1}{2}$ „ „ 135 „
c) 438 „ „ $2\frac{3}{4}$ „ „ 97 „
d) 1295 „ „ $4\frac{5}{6}$ „ vom 1. März bis 9. Mai*)
e) 3564 „ „ $3\frac{3}{4}$ „ vom 15. Mai 1877 bis 20. August 1878.

Auflösung:

a) $\frac{735 \,.\, 58}{9000} = 4{,}736 = 4{,}74$ ℳ.

b) $\frac{968 \,.\, 135}{8000} = 16{,}335 = 19{,}34$ ℳ.

c) $\frac{438 \,.\, 97}{12000} = 3{,}54$ ℳ. (3 %)
— 0,295 „ (= $\frac{1}{4}$ % od. $\frac{1}{12}$ von 3,54)
3,245 = 3,25 ℳ.

d) $\frac{1295 \,.\, 68}{7200} = 12{,}23$ ℳ. (5 %)
— 0,408 „ (= $\frac{1}{6}$ % od. $\frac{1}{30}$ von 12,23)
11,82 ℳ.

e) Vom 15. Mai 1877 bis 20. August 1878 sind 360 + 95 = 455 Tage; daher:

---

*) Die Zahl der Tage wird so bestimmt:

März	29 Tage. Oder:	März	30 Tage.
April	30 „	April	30 „
Mai	9 „	Mai	8 „
	68 Tage.		68 Tage.

Von den beiden äußersten Tagen (1. März und 9. Mai) wird demnach nur einer gezählt.

$$\frac{3564 \,.\, 455}{12000} = 135{,}135 \text{ M. } (= 3\,\%)$$

$$+ \;\; 33{,}784 \;\text{"}\; (= \tfrac{1}{4} \text{ von } 3\,\%)$$

$$168{,}919 \quad = 168{,}92 \text{ M.}$$

Oder: $\frac{3564 \,.\, 455}{9000} = 180{,}18 \; (= 4\,\%)$

$$- \;\; 11{,}26 \; (= \tfrac{1}{4}\,\% \text{ od. } \tfrac{1}{16} \text{ von } 4\,\%)$$

$$168{,}92 \text{ M.}$$

§ 58. Soll für mehrere Kapitalien, welche zu demselben Zinsfuß ausstehen, der Zins nach Tagen berechnet werden, so hat man nicht nötig, den Zins jedes Kapitals nach dem schon bekannten Ausdrucke $\frac{a \,.\, p \,.\, t}{36000}$ gesondert zu berechnen, sondern es läſst sich in diesem Falle das ganze Verfahren wesentlich dadurch abkürzen, daſs man für jedes einzelne Kapital die Zinszahl (Product aus Kapital und Tagen) sucht, und die Summe der sämmtlichen Zinszahlen mit $\frac{p}{36000}$ multiplicirt, z. B.

1) Wie groß ist die Summe der Zinsen à 4 % von:

486	M. in	58	Tagen,
1593	" "	82	"
2448	" "	134	"
3645	" "	218	"?

Erste Auflösung.

$$\begin{aligned} 486 \,.\, 58 &= 28188 \\ 1593 \,.\, 82 &= 130626 \\ 2448 \,.\, 134 &= 328032 \\ 3645 \,.\, 218 &= 794610 \\ \hline &\; 1281456 \end{aligned}$$

$$1281456 : 9000 = 1281{,}456 : 9 = 142{,}384 \text{ M.}$$

Erläuterung.

Die Summe der Zinsen der einzelnen Kapitalien ist nach § 57; 3:

$$\frac{486 \,.\, 58}{9000} + \frac{1593 \,.\, 82}{9000} + \frac{2448 \,.\, 134}{9000} + \frac{3645 \,.\, 218}{9000}$$

Diese Summe läßt sich nun offenbar auch in folgender Form anschreiben:

$(486 \,.\, 58 + 1593 \,.\, 82 + 2448 \,.\, 134 + 3645 \,.\, 218) : 9000$, wodurch das obige Verfahren erklärt ist.

Zweite Auflösung (mit abgekürzten Zinszahlen.) Man schreibe statt der obigen Zinszahlen den hundertsten Teil derselben an, jedoch ohne Decimalbrüche, indem man alle Brüche unter 0,5 ganz vernachläßigt, dagegen die Brüche 0,5 und darüber als 1 annimmt.

Statt des Divisors 9000 nimmt man dann selbstverständlich nur die Zahl 90.

Die Rechnung stellt sich nun also:

486	M.	58	Tg.	=	281,88	=	282
1593	„	82	„	=	1306,26	=	1306
2448	„	134	„	=	3280,32	=	3280
3645	„	218	„	=	7946,10	=	7946
							12814

12814 : 90 = 1281,4 : 9 = 142,38 M., wie oben.

2) A zieht von einer Bank folgende Posten:

300	M.	am	15. Januar,
450	„	„	9. Februar,
1260	„	„	20. März,
1500	„	„	25. April.

Dagegen gibt er an die Bank:

840	ℳ	am	6. Februar,
1050	„	„	12. März,
950	„	„	18. April.

Wie groß ist der Saldo am 30. Juni, wenn beiderseits $4\frac{1}{2}$ % Zinsen gerechnet werden?

Auflösung.

Guthaben der Bank.

300	ℳ	165	Tg.	=	49500
450	„	141	„	=	63450
1260	„	100	„	=	126000
1500	„	65	„	=	97500
3510					336450

Guthaben des A.

840	ℳ	144	Tg.	=	120960
1050	„	108	„	=	113400
950	„	72	„	=	68400
2840	„				302760

336450
302760

33690 : 8000 =
33,69 : 8 = 4,21 ℳ (Zinsdifferenz).
3510 — 2840 = 670 ℳ (Kapitaldifferenz).

Die Bank hat an Zinsen 4,21 ℳ und an Kapital 670 ℳ von A zu fordern, daher ist ihr Guthaben

670 + 4,21 = 674,21 ℳ.

Um also auf die schnellste Art die Zinsdifferenz zu erhalten, bestimme man beiderseits die Summe der Zinszahlen aus den einzelnen Posten, ziehe die kleinere Summe von der größeren ab und dividire durch den bekannten

Zinsdivisor (§ 57; 3). Das obige Beispiel mit **abgekürzten Zinszahlen** ergibt folgendes Schema:

Zins-Guthaben der Bank.	Zins-Guthaben des A.
495	1210
635	1134
1260	684
975	3028
3365	
3028	
337 : 80 = 4,21 M., wie oben.	

II. **Fall.** Gegeben: Zinsen, Zinsfuß und Zeit.
Gesucht: das Kapital.

Aufgabe. Welches Kapital trägt in $2\frac{1}{2}$ Jahren zu $4\frac{1}{2}$ % 477 M. Zinsen?

100 M.	1, J.	4,5 M. Zinsen.
x „	2,5 „	477 „ „

Auflösung durch Proportionen.

$$\left.\begin{array}{l} 2{,}5 : 1 \\ 4{,}5 : 477 \end{array}\right\} = 100 : x$$

$$x = \frac{477 \cdot 100}{4{,}5 \cdot 2{,}5} \left(\text{d. h. } \frac{\text{Zinsen} \cdot 100}{\text{Zinsfuß} \cdot \text{Jahre}}\right)$$

$$= 4240 \text{ M.}$$

Auflösung durch Schlüsse.

4,5 M. Zins erhält man in 1 J. von 100 M. Kap.

1 „ „ „ „ „ 1 „ „ $\frac{100}{4{,}5}$ „ „

1 „ „ „ „ „ $2{,}5$ „ „ $\frac{100}{4{,}5 \cdot 2{,}5}$ „ „

477 „ „ „ „ „ $2{,}5$ „ „ $\frac{100 \cdot 477}{4{,}5 \cdot 2{,}5}$ „ „

$= 4240$ M.

Oder: So oft 4,5 *M.* in 477 *M.* enthalten sind, so oft braucht man 100 *M.* Kap. in 1 Jahr, und in 2,5 Jahren nur den 2,5. Teil.

§ 59. Die Berechnung des Kapitals geschieht nach dem Ausdrucke:

$$\frac{100 \,.\, \text{Zinsen}}{\text{Zinsfuß} \,.\, \text{Jahre}} \text{ oder } \frac{100 \,.\, z}{p \,.\, n}$$

und dieser kann auch dann noch angewandt werden, wenn die Zeit nicht nach Jahren, sondern nach Monaten oder Tagen angegeben ist; man darf einfach nur die Monate oder Tage als Bruchteil eines Jahres anschreiben, z. B.

1) Welches Kapital trägt à $3\frac{1}{3}$ % in 8 Monaten 77,8 *Fs* Zins?

$$x = \frac{100 \,.\, 77{,}8}{{}^{10}/_{3} \,.\, {}^{8}/_{12}} = \frac{100 \,.\, 77{,}8 \,.\, 3 \,.\, 12}{10 \,.\, 8} = 3501 \; Fs$$

2) Welches Kapital bringt à $8\frac{1}{3}$ % in 130 Tagen 295,1 £ Zins?

$$x = \frac{100 \,.\, 295{,}1}{{}^{25}/_{3} \,.\, {}^{130}/_{360}} = \frac{100 \,.\, 295{,}1 \,.\, 3 \,.\, 360}{25 \,.\, 130} = 9806{,}4 \; £$$

III. Fall. Gegeben: Kapital, Zinsen und Zeit.
Gesucht: der Zinsfuß.

Aufgabe. 4240 *M.* Kapital haben in $2\frac{1}{2}$ Jahren 477 *M.* Zins getragen; zu wieviel Procent war das Kapital angelegt?

4240 *M.* Kap.	$2\frac{1}{2}$ J.	477 *M.* Zins
100 „ „	1 „	x „ „

Auflösung durch Proportionen.

$$\left.\begin{matrix} 4240 : 100 \\ 2{,}5 : 1 \end{matrix}\right\} = 477 : x$$

$$x = \frac{100 \,.\, 477}{4240 \,.\, 2{,}5} \left(\text{d. h.} \frac{100 \,.\, \text{Zinsen}}{\text{Kap.} \,.\, \text{Jahre}}\right)$$
$$= 4{,}5\,\%.$$

Auflösung durch Schlüsse.

4240 *M.* tragen	in 2,5 J.	477	*M.* Zins;
1 „ trägt	„ 2,5 „	$\frac{477}{4240}$	„ „
1 „ „	„ 1 „	$\frac{477}{4240 \,.\, 2{,}5}$	„ „
100 „ tragen	„ 1 „	$\frac{477 \,.\, 100}{4240 \,.\, 2{,}5}$	„ „ $= 4{,}5\,\%$

§ 60. Die Berechnung des Zinsfußes nach dem Ausdrucke:

$$\frac{100 \,.\, \text{Zinsen}}{\text{Kap.} \,.\, \text{Jahre}} \text{ oder } \frac{100 \,.\, z}{a \,.\, n}$$

kann auch dann noch geschehen, wenn die Zeit nicht in **Jahren**, sondern in **Monaten** oder **Tagen** angegeben ist, z. B.:

1) Zu wieviel Procent sind 4240 *Fs* angelegt, wenn die 10monatlichen Zinsen 159 *Fs* betragen?

$$x = \frac{100 \,.\, 159}{4240 \,.\, {}^{10}/_{12}} = \frac{100 \,.\, 159 \,.\, 12}{4240 \,.\, 10} = 4{,}5\,\%$$

2) Zu welchem Zinsfuße waren 4240 *M.* angelegt, wenn die Zinsen in 125 Tagen 66,25 *M.* betragen haben?

$$x = \frac{100 \,.\, 66{,}25}{4240 \,.\, {}^{125}/_{360}} = \frac{100 \,.\, 66{,}25 \,.\, 360}{4240 \,.\, 125} = 4{,}5\,\%$$

IV. Fall. Gegeben: Kapital, Zinsfuß und Zinsen.
Gesucht: die Zeit.

Aufgabe. In wieviel Jahren erhält man von 4240 M. Kapital zu $4\frac{1}{2}$ % einen Zins von 477 M.?

100 M. Kap.	1 J.	4,5 M. Zins
4240 „ „	x „	477 „ „

Auflösung durch Proportionen.

$$\left.\begin{matrix} 4240 : 100 \\ 4{,}5 : 477 \end{matrix}\right\} = 1 : x$$

$$x = \frac{100 \cdot 477}{4240 \cdot 4{,}5} \left(\text{d. h.} \frac{100 \cdot \text{Zinsen}}{\text{Kap.} \cdot \text{Zinsfuß}}\right)$$

$$= 2{,}5 \text{ Jahre.}$$

Auflösung durch Schlüsse.

100 M. tragen 4,5 M. Zins in 1 Jahr,

1 „ trägt 4,5 „ „ „ 100 J.

1 „ „ 1 „ „ „ $\frac{100}{4{,}5}$ „

4240 „ tragen 1 „ „ „ $\frac{100}{4240 \cdot 4{,}5}$ J.

4240 „ „ 477 „ „ „ $\frac{100 \cdot 477}{4240 \cdot 4{,}5}$ „

$= 2{,}5$ J.

Andere Art:

Man suche den jährlichen Zins und dividire mit demselben in den Gesammtzins.

$$\text{Jährlicher Zins} = \frac{4240 \cdot 4{,}5}{100}$$

Gesammtzins = 477; dahier ist:

$$x = 477 : \frac{4240 \cdot 4{,}5}{100}$$

$$= \frac{477 \cdot 100}{4240 \cdot 4{,}5} \left(\frac{100 \cdot z}{a \cdot p}\right)$$

§ 61. Nach derselben Schlussweise kann auch verfahren werden, wenn die gesuchte Zeit in Monaten oder Tagen auszudrücken ist; man schließt in diesen Fällen zunächst auf den monatlichen oder täglichen Zins und dividirt mit demselben in den Gesammtzins, z. B.:

1) In wieviel Monaten bringen 648 *M.* Kapital à $3\frac{1}{2}$ % 35,91 *M.* Zins?

$$\text{Monatlicher Zins} = \frac{648 \cdot 3{,}5}{12 \cdot 100}'$$

$$\text{Gesammtzins} = 35{,}91; \text{ daher ist:}$$

$$x = 35{,}91 : \frac{648 \cdot 3{,}5}{12 \cdot 100}$$

$$= \frac{35{,}91 \cdot 1200}{648 \cdot 3{,}5} \left(\frac{1200 \cdot z}{a \cdot p}\right)$$

$$= 19 \text{ Monate.}$$

2) Wieviel Tage waren 7560 *M.* ausgeliehen, wenn die Zinsen á $8\frac{1}{3}$ % 152,25 *M.* betragen?

$$\text{Täglicher Zins} = \frac{7560 \cdot 8\frac{1}{3}}{100 \cdot 360};$$

$$\text{Gesammtzins} = 152{,}25; \text{ daher ist:}$$

$$x = 152{,}25 : \frac{7560 \cdot 8\frac{1}{3}}{100 \cdot 360}$$

$$= \frac{152{,}25 \cdot 36000}{7560 \cdot 8\frac{1}{3}} \left(\frac{36000 \cdot z}{a \cdot p}\right)$$

$$= 87 \text{ Tage.}$$

V. Fall. Gegeben: Kapital und Zinsen in einer Summe, dann Zinsfuß und Zeit.
Gesucht: das Kapital oder die Zinsen.

Aufgabe. Ein $2\frac{1}{2}$ Jahre lang ausgeliehenes Kapital ist mit den 4procentigen Zinsen auf 616 *M.* angewachsen; wie groß ist dasselbe?

Aufl. 110 *M.* Kap. und Zins entsprechen 100 *M.* Kap.
616 „ „ „ „ „ x „ „

$$110 : 616 = 100 : x$$

$$x = \frac{616 \, . \, 100}{110} = 560 \text{ M.}$$

Auflösung durch Schlüsse.

110 *M.* (Kap. und Zins) enth. 100 *M.* (Kapital)

1 „ „ „ „ „ $\frac{100}{110}$ „ „

616 „ „ „ „ „ $\frac{100}{110} . 615$ „ „

$$\text{daher ist } x = \frac{100 \, . \, 616}{110} = 560 \text{ M.}$$

Probe. Die Zinsen von 560 *M.* á 4 % in $2\frac{1}{2}$ J. müssen 616 — 560 = 56 *M.* betragen.

$$5{,}60 \, . \, 4 \, . \, 2{,}5 = 56 \text{ M.}$$

Aufgabe. Ein Kapital ist mit seinen $3\frac{1}{3}$procentigen Zinsen in $4\frac{1}{4}$ Jahren auf 1123,4 *Fs* angewachsen; welches sind die Zinsen desselben?

Aufl. 100 *Fs* tragen in $4\frac{1}{4}$ J. à $3\frac{1}{3}$ %

$$= \frac{17}{4} . \frac{10}{3} = 14\frac{1}{6} \text{ Fs Zins,}$$

daher entsprechen $114\frac{1}{6}$ *Fs* Kap. mit Zins $= 14\frac{1}{6}$ *Fs* Zins,
$1123{,}4$ „ „ „ „ $= x$ „ „

$$114\tfrac{1}{6} : 1123{,}4 = 14\tfrac{1}{6} : x$$
$$685 : 1123{,}4 = 85 : x$$
$$x = \frac{1123{,}4 \cdot 85}{685}$$
$$= 139{,}4 \; Fs$$

Auflösung durch Schlüsse.

$114\frac{1}{6}$ *Fs* (Kap. und Zins) enth. $14\frac{1}{6}$ *Fs* (Zins),
1 „ „ „ „ „ $\frac{14\frac{1}{6}}{114\frac{1}{6}}$ „ „
$1123{,}4$ „ „ „ „ „ $\frac{14\frac{1}{6}}{114\frac{1}{6}} \cdot 1123{,}3$ „ „

daher $x = \frac{14\frac{1}{6} \cdot 1123{,}4}{114\frac{1}{6}} = \frac{85 \cdot 1123{,}4}{685} = 139{,}4$ *Fs*

Probe. Die Zinsen von $1123{,}4 - 139{,}4 = 984$ *Fs* à $3\frac{1}{3}$ % in $4\frac{1}{4}$ J. müssen $139{,}4$ *Fs* betragen:

$$\frac{984 \cdot 4\frac{1}{4} \cdot 10}{100 \cdot 3} = \frac{984 \cdot 17 \cdot 10}{100 \cdot 3 \cdot 4} = 139{,}4 \; Fs.$$

§ 62. Aufgaben.

1) Wie groß sind die jährlichen Zinsen von a Mark Kapital zu p %?

a =	6000	13576	960	832,5	745	962
p =	5	5	$3\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{3}$	4	$4\frac{1}{2}$

2) Wie groß sind die Zinsen von a Mark Kapital zu p % in n Jahren?

a =	2390	3456,7	720	2340
p =	$4\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
n =	$3\frac{1}{2}$	$7\frac{2}{3}$	$2\frac{3}{4}$	$1\frac{2}{3}$

3) Wie groß sind die Zinsen von a Mark Kapital zu p % in m Monaten?

a =	720	1040	968	528
p =	$3\frac{1}{2}$	3	$4\frac{1}{2}$	5
m =	$9\frac{1}{2}$	8	17	13

4) Wie groß sind die Zinsen von a Mark Kapital zu p % in t Tagen? (Das Jahr zu 360 Tagen angenommen).

a =	945	1440	720	852,9
p =	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	6
t =	145	75	115	219

5 α) Man berechne die Zinsen von

a) 1680 ℳ à 3 % vom 2. Januar bis 15. April.
b) 725 ℳ à 6 % vom 6. Oktober bis 21. Dezember.
c) 2348 ℳ à 5 % vom 8. Februar bis 20. November.
d) 1000 ℳ à 4 % vom 3. März bis 1. Juli.
e) 2000 ℳ à 4 % vom 1. Juli bis 20. Oktober.
f) 1500 ℳ à $4\frac{1}{2}$ % vom 20. Oktober bis 1. Januar.
g) 972 ℳ à 4 % vom 15. Mai 1874 bis 16. Febr. 1877.
h) 7083 ℳ à 4 % vom 18. Nov. 1876 b. 19. März 1878.
i) 6408 ℳ à $4\frac{1}{2}$ % v. 24. Juni 1875 b. 19. Febr. 1878.
k) 3275 ℳ à $4\frac{1}{2}$ % v. 20. Juli 1875 b. 21. April 1878.

β) Wie groß ist der Zinsenunterschied der Kapitalien a, b, c, d, e und der Kapitalien f, g, h, i, k? (Anwendung von Zinszahlen).

6) Welches Kapital trägt zu p % in n Jahren z Mark Zins?

p =	$3\frac{1}{3}$	4	$4\frac{1}{2}$	4,2
n =	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	4	2,5
z =	475	57	214,2	132,825

7) Welches Kapital trägt zu p % in m Monaten z Mark Zins?

p = $2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	6	$5\frac{1}{2}$
m = $3\frac{1}{2}$	11	14	19
z = 70	49,5	8,4	66,044

8) Welches Kapital bringt zu p % in t Tagen z Mark Zins? (Das Jahr zu 360 Tagen angenommen.)

p = 5	4	$4\frac{1}{2}$	6
t = 124	119	234	225
z = 3,1	17,85	28,08	81,675

9) Zu wieviel Procent sind a Mark Kapital ausgeliehen, wenn die n jährigen Zinsen z Mark betragen?

a = 2206,25	1250	2600	326,4
n = 3	$4\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{4}$
z = 264,75	281,25	130	19,38

10) Zu wieviel Procent sind a Mark Kapital ausgeliehen, wenn die m monatlichen Zinsen z Mark betragen?

a = 375	490	930	1920
m = 8	18	5	16
z = 10	36,75	23,25	112

11) Zu wieviel Procent sind a Mark Kapital ausgeliehen, wenn die Zinsen in t Tagen z Mark betragen?

a = 360	540	864	1530
t = 75	136	315	100
z = 3	9,18	25,2	34

12) In wieviel Jahren bringen a Mark Kapital zu p % z Mark Zinsen?

a = 840	840	2600	2064
p = $2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$
z = 23,1	93,1	936	219,3

13) In wieviel Monaten tragen a Mark Kapital zu p % z Mark Zins?

a = 156	756	1940	120
p = $3\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	5	$3\frac{1}{2}$
z = 3,185	143,64	38,8	1,75

14) In wieviel Tagen tragen a Mark Kapital zu p % z Mark Zins? (Das Jahr zu 360 Tagen angenommen).

a = 1312,5	1720	2345	748
p = 5	$3\frac{1}{2}$	4,5	$3\frac{1}{2}$
z = 35	60,2	46,9	13,09

15) Welches Kapital gibt mit den Zinsen zu p % nach n Jahren den Endwert k?

p = 5	4	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$
n = 1	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{5}$	$3\frac{1}{2}$
k = 378	7082,25	104,1	1263,5	972,3

16) Eine Forderung ist mit den m monatlichen Zinsen à p % auf k Mark angewachsen; wie groß war dieselbe ursprünglich?

m = 4	17	11	19
p = 4	$3\frac{1}{3}$	6	5
k = 942,4	7313,8	527,5	971,25

17) Ein t Tage lang zu p % ausstehendes Kapital gab incl. Zinsen den Endwert k; wie groß sind die Zinsen?

t = 144	135	81
p = $4\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$
k = 1908,75	807,5	689,13

18) 812 ℳ. Kapital waren zu 4 % vom 1. October

1864 bis 21. April 1866 ausgeliehen; wieviel erhielt man an Kapital und Zinsen zurück?

19) Jemand kauft ein Grundstück um 1380 *M.* gegen baare Zahlung, kann aber nur 950 *M.* aufbringen. Mit Zugeständniß der Verkäufers darf er den Rest in $1\frac{1}{2}$ J. abtragen. Wieviel muss er alsdann noch bezahlen, wenn 4 % Zinsen gerechnet werden?

20) Jemand kauft ein Grundstück um 5625 *M.* und bezahlt $\frac{1}{3}$ baar; die übrigen zwei Dritteile sollen in drei jährlichen Terminen nebst $4\frac{1}{2}$ % Verzinsung entrichtet werden. Wieviel ist bei jedem Termine zu bezahlen?

21) Jemand steigerte am 1. Juli 1876 einen Bauplatz um 3860 Mark, zahlbar in 4 Terminen, nämlich zu Michaeli 1876, 1877, 1878 und 1879. Wieviel hat er an jedem Ziele zu zahlen, wenn die Schuld bis zur Tilgung mit 5 % verzinst wird?

22) Welches Kapital bringt 150 *M.* jährliche Zinsen

a) zu 5 %,
b) „ 4 „
c) „ $3\frac{1}{3}$ „?

23) Eine Staatsschuld erfordert jährlich 462000 *Fs* Zinsen, und zwar 3/5 zu 4 % und 2/5 zu 5 %; wieviel beträgt sie?

24) Welchen Wert hat ein Wohnhaus, das jährlich 2850 *M.* Mietzins trägt, wenn die jährlichen Lasten zu 500 *M.* angeschlagen sind und die Zinsen zu 5 % gerechnet werden?

25) Von welchem Kapitale zahlte A den halbjährigen Zins à 5 % mit 204,5 *M.*?

26) Jemand hat für Mobiliarversicherung eine jährliche

Prämie von 5,33 ℳ; d. i. 1,3 pro mille, zu bezahlen; wie hoch ist die Versicherungssumme?

27) Die halbjährigen Zinsen einer Staatsschuld von $6\frac{1}{2}$ Millionen Francs betragen 146250 *Fs*; wie groß ist der Zinsfuß?

28) Es legt Jemand 180 ℳ. bei einer Sparkasse an und erhält nach 6 Jahren 212,4 ℳ. zurück. Wieviel Procent einfache Zinsen rechnet die Sparkasse?

29) 720 ℳ. Kapital wurden am 7. Februar ausgeliehen und am 22. October mit 740,4 ℳ. heimbezahlt. Wieviel Procent Zinsen sind gerechnet?

30) Jemand kaufte ein Gut um 20000 ℳ. und verkaufte es nach $1\frac{1}{2}$ Jahren um 24000 ℳ. Um wieviel Procent war der Wert des Gutes gestiegen?

31) 12700 ℳ. haben in 1 Jahr 2540 ℳ. Gewinn gebracht. Zu wieviel Procent hat sich das Kapital verinteressirt?

32) Jemand leiht 25 ℳ. her auf 1 Jahr und verlangt jeden Monat 1 ℳ. Zins. Wieviel Procent rechnet er?

33) A leiht dem B eine Summe Geldes gegen 6 % Verzinsung, zieht aber bei Auszahlung des Darlehens die Zinsen sogleich ab. Wieviel Procent Zinsen rechnet er eigentlich?

34) Jemand löset einen nach $4\frac{1}{2}$ Jahren zahlbaren Schuldschein über 4428 ℳ. mit 3456 ℳ. ein. Wieviel Procent genießt er in der Zwischenzeit von seinem ausgelegten Kapitale?

35) In wieviel Jahren wird ein Kapital von 1000 ℳ. mit 5 % Zinsen um $\frac{1}{4}$ größer geworden sein?

36) Ein Kapital ist zu $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen. In wie-

viel Jahren werden die Zinsen zusammen $\frac{3}{4}$ des Kapitals ausmachen?

37) Ein zu 4 % ausgeliehenes Kapital wurde am 21. October 1873 mit 738 ℳ. heimbezahlt, wobei die Zinsen 18 ℳ. betrugen. An welchem Tage war das Kapital ausgeliehen worden?

38) Am 1. Mai 1875 wurden 860 ℳ zu 4 % ausgeliehen. An welchem Tage betrugen die Zinsen 8,6 ℳ.?

39) Am 6. März wurde ein Kapital zu 4 % ausgeliehen und am 21. Oktober desselben Jahres erhielt man an Kapital und Zins 738 $ zurück. Wie groß war das Kapital?

40 a) Wie lange müssen 1960 ℳ. Kapital ausstehen, um zu 3 % dieselben Zinsen zu bringen, welche 1260 ℳ. Kapital zu $3\frac{1}{2}$ % in $9\frac{1}{3}$ Monaten geben?

b) Welches sind die Zinsen der beiden Kapitalien?

41 a) Wenn man von 3000 ℳ nach 5 Monaten 70 ℳ. Zins erhielt, welchen Zins wird man bei gleichem Zinsfuß von 1250 ℳ. in 7 Monaten erhalten?

b) Welcher Zinsfuß ist in beiden Fällen zu Grunde gelegt?

42 a) Zu wieviel Procent muss ein Kapital ausgeliehen werden, um in 2 Jahren 49,2 ℳ. Zins zu tragen, wenn dasselbe zu 6 % in 1 Jahr und 3 Monaten 61,5 ℳ. Zins abgeworfen hat?

b) Wie groß ist das Kapital selbst?

43 a) Wenn 2300 ℳ. à 3 % in einer gewissen Zeit 368 ℳ. Zins tragen, welches Kapital wird à $2\frac{1}{2}$ % in derselben Zeit denselben Zins bringen?

b) Welches ist die entsprechende Zeit für beide Kapitalien?

44 a) Wenn ein Kapital zu 5 % in 4 Jahren 112 ℳ. Zins bringt, wie lange muss dasselbe ausgeliehen sein, um à 4 % 67,2 ℳ. Zins zu tragen?

b) Wie groß ist dieses Kapital?

45) Jemand ist bei der Mobiliarversicherungsanstalt mit 2800 ℳ. versichert und zahlt hiefür eine jährliche Prämie von 4,9 ℳ.; wieviel promille beträgt dieselbe?

46) Der Ertrag eines Gutes beträgt in diesem Jahre 4598,5 ℳ. und hat sich gegen das Vorjahr um $6\frac{1}{4}$ % erhöht; wie groß war der vorjährige Ertrag?

47) Der Ertrag eines Oekonomiegutes hat sich durch rationellen Betrieb von $8\frac{1}{2}$ % auf 15 % verbessert, so dass nunmehr eine jährliche Mehreinnahme von 1950 ℳ. erzielt wird; welches ist der Kapitalwert des Gutes?

48) Zu welcher Gesammtsumme sind folgende Posten mit 6 % Zinsen bis zum 30. Juni 1878 angewachsen:

487	ℳ.,	seit	4. Januar	1878,
765	„	„	11. November	1877,
908	„	„	15. Februar	1877,
1345	„	„	18. Oktober	1877,
2167	„	„	9. März	1878?

49) Es wurden ausgeliehen bei gleichem Zinsfuße:

376	ℳ.	am	12. Januar	1877,
480	„	„	17. April	„
736	„	„	9. Juni	„
1800	„	„	20. August	„
2432	„	„	15. Oktober	„

der gesammte Zins dieser Kapitalien betrug Ende December desselben Jahres 102,078 ℳ. Welcher Zinsfuß ist zu Grunde gelegt?

50) N legt zu 3%

600 ℳ am 15. Januar,
300 „ „ 30. Mai an.

M legt ebenfalls zu 3%

400 ℳ am 15. Februar,
400 „ „ 30. März an. Welche Summe besitzt jeder am 30. Juni?

51) A deponirt bei der Volksbank im Jahre 1878:

500 ℳ	am 20.	Januar	(340 Tg.)
750 „	„ 11.	März,	(289 „)
940 „	„ 18.	Mai,	(222 „)
680 „	„ 7.	Juli,	(173 „)
830 „	„ 9.	Septbr.,	(111 „)
1500 „	„ 15.	Novbr.,	(45 „)

Dagegen entnimmt er von der Bank:

600 ℳ	am 10.	Februar,	(320 Tg.)
900 „	„ 24.	April,	(246 „)
1600 „	„ 14.	August,	(136 „)
2000 „	„ 16.	Oktober.	(74 „)

Welches ist der Saldo am 31. Dezember 1878, wenn die Zinsen à 4% berechnet werden?

X. Disconto-Rechnung.

§ 63. **Disconto** (Sconto) ist der Abzug, der dann gewährt wird, wenn eine Zahlung, die nach einer gewissen Zeit geleistet werden soll, sogleich (baar) gemacht wird. Dies geschieht insbesondere bei **Wechseln**, welche vor

ihrer Verfallzeit bezahlt werden. Der Abzug bei Wechseln wird ausschließlich Disconto genannt. Wir unterscheiden außer dem Disconto noch:

a) das zu discontirende Kapital, das heißt die Summe, von welcher ein bestimmter Discont zu berechnen ist.

b) das discontirte Kapital, das heißt die Summe, welche nach Abzug des Disconto gefunden wird;

c) den Discontfuß (entsprechend dem Zinsfuß bei der Zinsrechnung)

d) die Zeit (Jahre, Monate, Tage).

Der Disconto wird sowohl nach Procenten auf 100 als auch nach Procenten vom 100 bestimmt, wie nachstehende Beispiele zeigen.

§ 64. Beispiele.

1) Welches ist der jetzige baare Wert einer nach $3\frac{1}{2}$ Jahren fälligen Forderung von 1028,5 ℳ. bei 6% Disconto, und wie groß ist der Disconto selbst?

Erste Auflösung (Disconto auf Hundert.)

100 ℳ. werden nach $3\frac{1}{2}$ J. zu 121 ℳ.
x „ „ „ „ „ „ 1028,5 „

121 : 1028,5 = 100 : x
x = 850 ℳ. (jetziger baarer Wert).

Der Disconto kann direct auf folgende Art gefunden werden:

121 ℳ. entsprechen 21 ℳ. Disconto
1028,5 „ „ x „ „

121 : 1028,5 = 21 : x
x = 178,5 ℳ.

Auflösung durch Schlüsse.

121 ℳ, nach $3\frac{1}{2}$ J. fällig, sind heutewert 100 ℳ,

1 „ „ „ „ ist „ „ $\frac{100}{121}$ „

1028,5 „ „ „ „ sind „ „ $\frac{100}{121} . 1028{,}5$ ℳ,

daher ist $x = \frac{100 \;.\; 1028{,}5}{121} = 850$ ℳ

Zweite Auflösung (Disconto vom Hundert).

Statt 100 ℳ werden 79 ℳ bezahlt,

„ 1028,5 „ „ x „ „

$100 : 1028{,}5 = 79 : x$

$x = 812{,}515 = 812{,}52$ ℳ

Der Disconto wird hier direct auf folgende einfache Art gefunden:

$$\text{Disconto} = \frac{1028{,}5 \;.\; 6 . \;3{,}5}{100} = 215{,}985 = 215{,}99 \text{ ℳ}$$

Bei näherer Betrachtung der beiden Auflösungen wird man bald finden, dass die zweite Auflösung arithmetisch unrichtig ist. Nichtsdestoweniger ist diese Art, den Disconto zu bestimmen, allgemein üblich und zwar aus zwei Gründen: einmal deßwegen, weil diese Bestimmung des Disconto außerordentlich einfach, und dann, weil bei kürzeren Zeiträumen, wie sie beim Discontiren gewöhnlich vorkommen, der Fehler unbedeutend ist.

Zur Unterscheidung der zwei verschiedenen Arten von Disconto merke man sich nur die zwei Sätze: Der Disconto auf Hundert stellt die Zinsen der Baarzahlung, der Disconto vom Hundert die Zinsen der Schuld vor.

2) Ein am 23. Sept. fälliger Wechsel von $1333\frac{1}{3}$ ℳ. wurde am 19. Juli mit 6 % vom Hundert discontirt; wie groß ist der Disconto?

Aufl. Der Wechsel wurde 54 Tage vor der Verfallzeit discontirt, daher ist nach der Zinsrechnung:

$$x = \frac{4000 \,.\, 6 \,.\, 54}{3 \,.\, 100 \,.\, 360} = 12 \text{ ℳ.}$$

3) Wieviel Procent Disconto rechnete man auf Hundert, wenn eine Forderung von 514 ℳ., nach 17 Mt. fällig, mit 480 ℳ. baar bezahlt wurde?

Aufl. 480 ℳ. tragen in 17 Mt. 34 ℳ. Zs.
100 „ „ „ 12 „ x „ „

$$\left.\begin{array}{r} 480 : 100 \\ 17 : 12 \end{array}\right\} = 34 : x$$

$$x = 5\,\%$$

4) Ein am 24. Juli fälliger Wechsel wird am 18. Juni mit $6\frac{1}{4}$ % vom Hundert discontirt und mit 802,155 ℳ. baar bezahlt. Auf welchen Betrag war derselbe ausgestellt?

Aufl. Statt 100 ℳ. bezahlt man 99,375 ℳ.
„ x „ „ „ 802,155 „

$$99{,}375 : 802{,}155 = 100 : x$$

$$x = 807{,}2 \text{ ℳ.}$$

§ 65. Aufgaben.

1) a Mark sind nach n Jahren zahlbar, welches ist die baare Zahlung bei p % Disconto auf Hundert?

a =	284,4	365,5	487,6	793,8
n =	2	1,5	1	0,5
p =	4	5	6	10

2) a Mark sind nach n Jahren zahlbar, welches ist die baare Zahlung bei p % Disconto vom Hundert?

a =	284,4	365,5	487,6	793,8
n =	2	1,5	1	0,5
p =	4	5	6	10

3) a Mark sind nach m Monaten fällig, welches ist der Disconto zu p % vom Hundert?

a =	94	172	261,9	583
m =	3	5	6	2
p =	2	4	5	6

4) a Mark sind nach t Tagen zu zahlen; welches ist der Disconto zu p % vom Hundert?

a =	142	273	384	568	845
t =	27	38	57	174	282
p =	3	3,5	4	4,5	6

5) Eine nach n Jahren fällige Schuld wird mit p % Disconto auf Hundert discontirt. Der Disconto beträgt d Mark. Wie groß ist die Schuld?

n =	4	2	3,5
p =	6	5	6,25
d =	243,6	390	577,5

6) Ein nach t Tagen fälliger Wechsel wird mit p % Disconto vom Hundert discontirt und man bezahlt a Mark baar. Auf welchen Betrag war der Wechsel ausgestellt?

t =	37	27	41
p =	4,5	4	6
a =	3583,35	1495,5	774,67

7) Wieviel Procent Disconto vom Hundert sind gerechnet, wenn eine nach m Monaten fällige Summe von k Mark mit a Mark baar bezahlt wird?

m =	3	4	11
k =	512	354	648
a =	504	346,92	621,27

8) Wieviel Tage hat ein Wechsel noch zu laufen, wenn derselbe nach Abzug von p% Disconto vom Hundert mit a Mark baar bezahlt wird und der Disconto d Mark beträgt?

p =	$6\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$	4
a =	802,155	752,07	537,42
d =	5,045	4,73	2,58

9) 152,25 ℳ. sind ohne Zinsen zahlbar nach 6 Monaten, 184,5 ℳ. nach 10 Monaten und 229,9 ℳ. nach $1\frac{1}{2}$ Jahren. Welches ist der baare Werth der drei Posten, nachdem 3%*) Disconto auf Hundert abgezogen sind?

10) $406\frac{7}{8}$ ℳ., nach $3\frac{1}{4}$ Jahren zahlbar, wurden zu 5% auf Hundert discontirt, wieviel betrug die baare Zahlung?

11) 4428 ℳ., nach $4\frac{1}{2}$ Jahren zahlbar, werden zu $6\frac{1}{4}$% discontirt; wie groß ist

a) die baare Zahlung,

b) der Disconto auf Hundert?

12) Der 4procentige Disconto auf Hundert einer nach 3 Jahren fälligen Schuld beträgt 27 ℳ.; wie groß ist letztere?

13) Eine Schuld von 10774,9 ℳ. ist nach $4\frac{1}{2}$ Jahren zu zahlen. Was ist diese Summe jetzt wert bei $5\frac{3}{4}$% Disconto

a) auf Hundert und

b) vom Hundert?

*) Wenn es nicht besonders angegeben ist, hat man den Zinsfuß immer für ein ganzes Jahr zu verstehen.

14) Wieviel betrug das discontirte Kapital, wenn sich der Disconto à $4\frac{1}{2}$ % vom Hundert per 152 Tage auf 38 ℳ belief?

15) Statt 514 ℳ zahlte man nach Abzug von 5 % Disconto auf Hundert noch 480 ℳ Nach wieviel Monaten war jene Summe fällig?

16) Wie groß ist der Disconto vom Hundert zu 4 % von 950 ℳ, welche nach 72 Tagen fällig sind?

17) 115 ℳ, nach 8 Monaten zahlbar, werden mit $\frac{1}{2}$ % per Monat discontirt. Wieviel beträgt

a) die baare Zahlung,
b) der Disconto vom Hundert?

18) Für einen über 9564 ℳ ausgestellten Wechsel betrug der Disconto zu 5 % vom Hundert 39,85 ℳ Wie viele Tage vor der Verfallzeit wurde der Wechsel discontirt?

19) Für einen über 1275 ℳ ausgestellten Wechsel, zahlbar am 16. Mai, betrug der Disconto vom Hundert am 25. April 4,4625 ℳ Zu wieviel Procent war der Disconto berechnet?

20) Ein Wechsel von 5000 ℳ, fällig am 1. Juli, wird am 1. Juni desselben Jahres mit 4981,25 ℳ eingelöst. Wieviel Procent Disconto vom Hundert sind gerechnet?

21) Einen am 1. Januar fälligen Wechsel zahlte man unter Abzug von 4 % Disconto schon am 1. Oktober des vorausgehenden Jahres, wobei der Disconto 20,75 ℳ betrug. Wie groß war der Betrag des Wechsels

a) bei Disconto vom Hundert,
b) bei Disconto auf Hundert?

22) Ein am 13. August fälliger Wechsel wird am 19. Juni mit 6 % vom Hundert discontirt und mit 3964 ℳ. baar bezahlt. Auf welchen Betrag lautete derselbe?

23) Ein Wechsel wird nach Abzug von 20,18 ℳ. = $6\frac{1}{4}$ % Disconto vom Hundert mit 787,02 ℳ. baar bezahlt. Wie viele Tage vor der Verfallzeit wurde derselbe discontirt?

24) Wie groß war ein am 8. Mai fälliger Wechsel, welcher nach Abzug von 2,45 ℳ. = $6\frac{1}{8}$ % Disconto vom Hundert am 2. April bezahlt wurde?

25) Wie viele Tage hat ein Wechsel noch zu laufen, welcher nach Abzug von 9 *Fs* 90 *cts* = $4\frac{1}{2}$ % Disconto vom Hundert mit 2465,1 *Fs* baar bezahlt wird?

26) 4717 ℳ., nach $2\frac{1}{2}$ Jahren zahlbar, wurden baar auf 4240 ℳ. discontirt. Wieviel Procent Disconto rechnete man auf Hundert?

27) Ein Wechsel von 450 ℳ., fällig am 15. Juli, wurde zu 5 % vom Hundert discontirt und mit 447,5 ℳ. bezahlt. An welchem Tage geschah die Discontirung?

28) Eine Schuldforderung von 1080 ℳ. und die rückständigen Zinsen von $4\frac{1}{2}$ Jahren wird durch eine Anweisung gedeckt, die auf 1425 ℳ. lautet, zahlbar nach $2\frac{2}{3}$ Jahren, und welche mit $4\frac{1}{6}$ % auf Hundert discontirt werden kann. Mit wieviel Procent sind die Zinsen der Schuld berechnet?

29) Ein Kaufmann will den Preis einer Waare so stellen, daß er dieselbe auf Ziel 3 Monat mit 5 % Discont vom 100 anbieten kann und im Falle der Baarzahlung 316 ℳ. erhält. Wie ist dieser Preis auf Ziel 3 Mt. zu stellen?

30) 5 % Zinsen von 316 ℳ. für 3 Mt. betragen 3,95 ℳ.;

warum darf in obiger Aufgabe der Kaufmann die Waare auf Ziel 3 Mt. mit 5 % Discont vom 100 nicht um (316 + 3,95) = 319,95 *M.* anbieten, wenn dieser Preis der Baarzahlung von 316 *M.* entsprechen soll?

31) Ein Kaufmann verkauft seine Waaren Ziel 2 Monat oder baar (per contant) gegen Abzug von $\frac{1}{6}$ % monatl. Discont vom 100. Wie muss er den Preis einer Waare, Ziel 2 Monat, stellen, für welche er bei Baarzahlung 74,75 *M.* einnimmt?

XI. Terminrechnung.

§ 66. Die Terminrechnung beschäftigt sich damit, für mehrere nach verschiedenen Zeiten zahlbare oder fällige unverzinsliche Kapitalien eine mittlere gemeinsame Verfallzeit (einen mittleren gemeinsamen Zahlungstermin) aufzusuchen, zu welcher die ganze Summe dieser Kapitalien auf einmal entrichtet werden kann, ohne daß weder Gläubiger noch Schuldner in Nachteil kommen.

Das bei dieser Rechnungsart übliche Verfahren soll durch folgendes Beispiel erläutert werden:

Ein Kaufmann hat in vier Terminen nachstehende Zahlungen zu leisten:

300	*M.*	nach	4	Monaten,
400	"	"	8	"
500	"	"	12	"
700	"	"	34	"

Wann kann die ganze Summe von 1900 *M.* auf einmal bezahlt werden, wenn 5 % Zinsen gerechnet werden?

Erste Auflösung.

Die Summe der Zinsen, welche sich der Schuldner

bis zur Abtragung der ganzen Schuld aus den einzelnen Posten verschaffen kann, muſs gleich sein dem Zins aus der Gesammtsumme in der gesuchten Zeit (x) bei gleichem Zinsfuß. Daher:

300 *M.*	in	4 Mt.	zahlbar	geben	dens.	Zins	wie	1200 *M.*	in	1 Mt.
400	„	„ 8	„	„	„	„	„	3200	„	„ 1 „
500	„	„ 12	„	„	„	„	„	6000	„	„ 1 „
700	„	„ 34	„	„	„	„	„	23800	„	„ 1 „

Man erhält daher aus den einzelnen Posten gerade soviel Zins, wie aus 34200 *M.* in 1 Mt. oder aus 1 *M.* in 34200 Mt., oder endlich aus 1900 *M.* in

$$\frac{34200}{1900} = 18 \text{ Mt.}$$

Man sieht, daſs es bei dieser Auflösung auf die Höhe des Zinsfußes gar nicht ankommt und es kann die gegebene Aufgabe auf folgende einfache Weise gelöst werden:

$$\begin{array}{rcl} 300 \,.\, 4 &=& 1200 \\ 400 \,.\, 8 &=& 3200 \\ 500 \,.\, 12 &=& 6000 \\ 700 \,.\, 34 &=& 23800 \\ \hline 1900 &:& 34200 = 1 : x \\ & & x = 18 \text{ Mt.} \end{array}$$

Zu demselben Resultate gelangt man durch folgendes Verfahren: Man lasse sämmtliche Posten vom Zeitpunkt ihrer Fälligkeit an bis an das Ende des letzten Termins, also bis an das Ende des 34. Monats, auf 5 % Zins stehen.

300 *M.*	wachsen	mit	5 %	in	30 Mt.	an	zu		$337\frac{1}{2}$ *M.*
400 „	„	„	„	„	26 „	„	„		$443\frac{1}{3}$ „
500 „	„	„	„	„	22 „	„	„		$545\frac{5}{6}$ „
700 „	„	„	„	„	0 „	„	„		700 „
									$2026\frac{2}{3}$ *M.*

Nun ist zu untersuchen, in wieviel Monaten 1900 ℳ mit 5 % auf $2026\frac{2}{3}$ ℳ anwachsen oder $2026\frac{2}{3} - 1900 = 126\frac{2}{3}$ ℳ Zins tragen.

Diese Zeit ist (S. 115) $= \frac{100 \; . \; 126\frac{2}{3}}{1900 \; . \; 5} = \frac{4}{3}$ Jahre

= 16 Monate.

Es beträgt mithin der mittlere Zahlungstermin 34 — 16 = 18 Monate.

Zweite Auflösung.

Man bestimme zunächst nach der Discontorechnung den baaren Wert sämmtlicher Posten.

300 ℳ,	nach 4 Mt.	zahlbar, sind jetzt wert	295,082 ℳ*)
400 „	8 „	„ „ „ „	387,097 „
500 „	12 „	„ „ „ „	476,190 „
700 „	34 „	„ „ „ „	613,139 „
			1771,508 ℳ

Nun berechne man, in wieviel Monaten 1771,508 ℳ Kapital zu 5 % 1900 — 1771,51 = 128,49 ℳ Zins tragen.

$$x = \frac{100 \; . \; 128{,}49 \; . \; 12}{1771{,}49 \; . \; 5} = 17{,}4 \text{ ℳ}$$

Die zweite Auflösung ist scheinbar richtiger, aber offenbar viel umständlicher als die erste, daher diese, auch bei der Aufsuchung des mittleren Zahlungstermines allgemein üblich ist. Ohnehin ist die Differenz beider Resultate nur dann von praktischer Bedeutung, wenn die einzelnen Verfallzeiten sich auf mehrere Jahre erstrecken. Vom rein mathematischen Standpunkt aus betrachtet geben übrigens beide Auflösungsarten nur dann den-

*) Aus der Proportion $101^2/_3 : 300 = 100 : x$ folgt:
$x = 295^5/_{61}$ ℳ

selben mittleren Zahlungstermin, wenn jedesmal Zinseszinsen zu Grunde gelegt werden.

§ 67. Aufgaben*).

1) 400 M. sind zahlbar nach 2 Jahren,
500 „ „ „ „ 3 „
1000 „ „ „ „ 4 „
Welches ist der mittlere Zahlungstermin?

2) Es sind 300 M. zahlbar nach 4 Monaten,
500 „ „ „ 7 „
800 „ „ „ 9 „
Welches ist der mittlere Zahlungstermin?

3) Welches ist der mittlere Zahlungstermin für
250 M., nach 4 Mt. fällig,
360 „ „ 6 „ „
620 „ „ 8 „ „ ?

4) Drei Wechsel sind am 1. Januar ausgestellt, und zwar:
170 M., fällig am 1. März (60 Tage),**)
250 „ „ „ 1. April (90 „),
360 „ „ „ 1. Mai (120 „).
Welches ist der gemeinsame mittlere Verfalltag für die ganze Summe?

---

*) Sämmtliche Resultate sind nach der ersten Auflösungsart bestimmt.

**) Januar 30 Tg.
Februar 30 „
März 0 „
60 Tg.

5) Vom 1. Juni an sind drei Wechsel an folgenden Tagen fällig:

60 M.	am	24. Juni	(23 Tage),
90 „	„	10. Juli	(39 „),
100 „	„	20. August	(79 „). *)

Welches ist der gemeinsame mittlere Verfalltag für alle drei Posten?

6) Jemand hat 6 Jahre hindurch am Ende jedes Jahres 100 M. abzutragen. Wann könnte er die ganze Schuld von 600 M. auf einmal abtragen?

7) Jemand ist verpflichtet, 4 Jahre hindurch alle 3 Monate 50 M. zu zahlen. Wann könnte er die ganze Schuld auf einmal abtragen?

8) A hat auf 6 Jahre eine Wiese gepachtet, wofür er jährlich 250 M. bezahlt. Wann könnte er den ganzen Pacht mit 1500 M. auf einmal entrichten, so dass weder er noch der Eigentümer Schaden leidet?

9) Jemand hat 400 M. in vier gleichen Jahresterminen zu entrichten. Da er aber die Hälfte sogleich bezahlt, so fragt sich, wann die andere Hälfte fällig ist?

10) A soll an B 4500 $ nach 2 Jahren zahlen. Beide kommen aber darin überein, dass A 1500 $ baar und das Uebrige in drei gleichen Termingeldern à 1000 $ abtrage. Wie groß muss ein Termin sein?

11) 100 M. sind fällig nach 3 Mt., 200 M. nach 5 und 400 M. nach 6 Mt. Statt dessen werden 500 M.

*) Juni 30 Tg.
Juli 30 „
Aug. 19 „
79 Tg.

baar bezahlt; wann kann der Rest auf einmal erlegt werden?

12) A hat 50 ℳ. nach 2 Monaten, 100 ℳ. nach 3 und 300 ℳ. nach 4 Mt. zu entrichten, bezahlt aber sogleich 200 ℳ. Wann kann er den Rest abtragen?

13) Jemand ist verpflichtet, 150 ℳ. nach 2 Jahren und 270 ℳ. nach 5 Jahren zu bezahlen, zahlt aber den ersten Posten sogleich baar. Wie lange kann der andere Posten stehen bleiben?

14) Einer Stadt wurde eine Kriegscontribution von 100000 $, zahlbar in 14 Tagen, auferlegt. Sie erbietet sich, 20000 $ in 2 Tagen und 50000 $ in 8 Tagen zu zahlen. Wann ist der Rest fällig?

15) A hat an B 120 ℳ. nach 4 Mt. und 240 ℳ. nach 1 J. zu zahlen, kann aber den ersten Posten erst nach 1/2 J. abtragen. Wann muss der zweite Posten bezahlt werden?

16) Jemand ist 10000 ℳ. schuldig und zwar 4000 ℳ. nach 2 Monaten, 2000 nach 5 Monaten, 1000 nach 6 Monaten und den Rest nach 8 Monaten zu bezahlen. Nach wieviel Monaten kann man fordern, dass die ganze Schuld auf einmal entrichtet werde?

17) Von einer gewissen Summe soll 1/5 sogleich, 1/4 nach 3 Mt., 3/10 nach 8 Mt. und der Rest nach $1\frac{1}{4}$ Jahren bezahlt werden. Nach wieviel Monaten kann man verlangen, dass der ganze Betrag auf einmal bezahlt werde?

18) Ein Commissionär verkauft Waaren am

12.	Januar 1877	für	1348,70	ℳ.,	Ziel 3 Monat,
28.	„ „	„	917,25	„	„ 2 „
20.	Februar „	„	648,33	„	„ 3 „
12.	März „	„	825,50	„	per contant,
30.	„ „	„	1947,75	„	Ziel 3 Monate.

Am 31. März erteilt er seinem Committenten Verkaufsrechnung. Wann ist der Reinertrag derselben fällig?

19) 5 Tratten (Wechsel) à 500 M., sind ausgestellt am 15. März 1878 und zahlbar am 31. März, 15. April, 15. Mai, 31. Mai und 15. Juni; welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit?

XII. Gold- und Silberrechnung. *)

a) Erklärungen.

§ 68. Gold und Silber kommen meistens legirt, d. h. in Verbindung mit andern, gewöhnlich unedeln, Metallen in den Handel.

Unter Rauh- oder Bruttogewicht versteht man das Gewicht der Legirung, während Feingewicht jenes in der Legirung enthaltenen Feinmetalls bedeutet.

Das Verhältniß zwischen Fein- und Rauhgewicht heißt die Feinheit einer Legirung.

Als Einheit des Gold- und Silbergewichts dient jetzt meistens das betreffende Landesgewicht, wie aus nachstehender Zusammenstellung hervorgeht.

§ 69. Deutsches Reich. Vor dem Jahre 1857 war die Einheit die sog. Vereinsmark = 233,8555 g gleich der Hälfte des damaligen preußischen Handelspfundes.

Einteilung.

Für Gold.			Für Silber.		
Mark	Karat	Grän.	Mark	Loth	Grän.
1 =	24 =	288	1 =	16 =	288
	1 =	12		1 =	18

*) Die festen Zahlenwerte in Kap. XII und XIII sind größtenteils dem Werke „Nelkenbrecher der Jüngere“ von Prof. W. Treuber, Leipzig 1877, entnommen.

Die Feinheit einer Goldlegirung wurde durch die Anzahl Karat ausgedrückt, welche in einer Mark Legirung enthalten war; ebenso die Feinheit einer Silberlegirung durch die Anzahl der Lote in 1 Mark Legirung;

es war daher 18krätiges Gold $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ fein,

14lötiges Silber $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$ fein.

Seit dem Jahre 1857 ist die Einheit des Gold- und Silbergewichts das Zollpfund = $\frac{1}{2}$ Kilogramm = 500 g.

Die Feinheit einer Gold- oder Silberlegirung wird gewöhnlich nach Tausendteilen angegeben. Feingold oder Feinsilber wird demnach mit $\frac{1000}{1000}$ oder 1000 T. bezeichnet. Eine Goldlegirung von $\frac{780}{1000}$ oder 0,780 oder 780 T. Feingehalt ist daher eine solche, welche in 1000 Teilen 780 Teile feines Gold enthält; eine Silberlegirung von $\frac{850}{1000}$ oder 0,850 oder 850 T. Feingehalt hat in 1000 Teilen Legirung 850 Teile feines Silber.

Sehr häufig läßt man die Bezeichnung „Tausendteile" ganz weg und sagt: der Feingehalt ist 780 oder 850 u. s. w.

Die Tausendteile sind nach dieser Erklärung kein bestimmtes Gewicht, daher kann die tausendteilige Gehaltsangabe für jede Art von Gewichtseinheit gebraucht werden. Wenn z. B. eine Legirung 850 T. fein ist, so enthält

1 Kilogramm	dieser	Legirung	0,850 kg	Feinmetall,
1 Hektogramm	„	„	0,850 hg	„
1 Gramm	„	„	0,850 g	„
1 Pfund	„	„	0,850 ℔.	„

Der Feingehalt der Gold- und Silberlegirungen wird hie und da auch nach Hundertteilen angegeben. So bestimmt z. B. die k. bayerische Verordnung vom 28. Oktober 1868, daſs Gold- und Silberwaaren in jedem Mischungsverhältnisse feilgehalten oder verkauft werden dürfen; eine Bezeichnung des Feingehalts auf Gold- und Silberwaaren jedoch nur dann zuläſsig sei, wenn dieselben in Gold mindestens $\frac{58}{100}$, in Silber mindestens $\frac{80}{100}$ fein (d. h. also $\frac{580}{1000}$ und $\frac{800}{1000}$) enthalten.

Dem deutschen Reichstage liegt zur Zeit ein Gesetzentwurf über die Feststellung des Feingehalts der Gold- und Silberwaaren vor. Nach demselben darf auf Goldwaaren der Feingehalt nur in 580 oder mehr Tausendteilen, auf Silberwaaren nur in 800 oder mehr Tausendteilen angegeben werden.

§ 70. In Frankreich (ebenso in Begien, Italien, den Niederlanden, Spanien und Portugal) ist die Einheit das Kilogramm. Die Feinheit einer Legirung wird in Tausendteilen (Millièmes) ausgedrückt. In der Schweiz ist die Einheit das Pfund = $\frac{1}{2}$ kg. Die Feinheitsbezeichnung geschieht nach Tausendteilen.

§ 71. England hat neben seinem Handelsgewicht ein eigenes Gold- und Silbergewicht (Troy-Gewicht). Die Einheit ist das Troy-Pfund = 12 Ounces (oz, Unze) à 20 Pennyweights (dwts, Pfenniggewicht) à 24 Grains (grs, Grän) = 5760 Grains.

1 Troy-Pfund = 373,2416 g
= 0,3732 kg
= 0,7464 deutsch. *U.*

Gegenwärtig drückt man das Gewicht der Edelmetalle

in Unzen mit decimaler Einteilung aus und nimmt beim Silber 1, beim Golde 3 Decimalstellen.

Bei der Bestimmung der Feinheit des ungemünzten Goldes und Silbers dient als Grundlage diejenige Legirung, aus welcher die englischen Münzen geprägt werden und welche Standard genannt wird. Hiebei ist für Gold das Pfund in 24 Carats (car) à 4 Grains, für Silber das Pfund in 12 Ounces (oz) à 20 Pennyweights (dwts) geteilt. Standardgold ist 22 Carats oder $\frac{11}{12}$ fein, Standardsilber ist 11 oz 2 dwts $= \frac{222}{240} = \frac{37}{40}$ fein. Ist nun die gegebene Legirung besser als die Standardfeinheit, so wird dies mit B oder M (better oder more, besser oder mehr); ist sie geringer, mit W (worse, schlechter) bezeichnet.

So ist z. B. Gold 3 grs W 3 Grains schlechter als Standardgold, daher $22 - \frac{3}{4} = 21\frac{1}{4}$ car $= \frac{21\frac{1}{4}}{24} = \frac{85}{96}$ fein.

Gold 2 grs B ist 2 Grains besser als Standardgold, daher $22 + \frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$ car $= \frac{22\frac{1}{2}}{24} = \frac{15}{16}$ fein.

Silber 2 oz 10 dwts W ist 50 dwts schlechter als Standardsilber, also $\frac{222 - 50}{240} = \frac{43}{60}$ fein.

Silber 16 dwts B ist 16 dwts besser als Standardsilber, daher $= \frac{222 + 16}{240} = \frac{119}{120}$ fein.

Die Bank von England drückt die Feinheit des Barrengoldes in Tausendteilen und Dritteln von Tausendteilen aus.

Die Vereinigten Staaten von Nordamerika haben dasselbe Gold- und Silbergewicht, wie England. Die Feinheit wird in Tausendteilen angegeben.

§ 72. In Rußland ist die Einheit des Gold- und Silbergewichts das Pfund = 96 Solotnik à 96 Doli = 409,512 g.

Ganz feines Metall bezeichnet man mit 96. Gold von der Feinheit (Probe) 88 ist daher $\frac{88}{96} = \frac{11}{12}$ fein,

Silber von der Probe 84 ist $\frac{84}{96} = \frac{7}{8}$ fein.

§ 73. In Schweden ist die Einheit des Gold- und Silbergewichts das Landesgewicht: 1 Pfund = 100 Ort à 100 Korn = 425,0758 g. Die Feinheitsbestimmung ist die früher in Deutschland üblich gewesene (siehe § 69) nach 24 Karat à 12 Grän für Gold und nach 16 Lot à 18 Grän für Silber.

§ 74. In Dänemark und Norwegen ist das Gold- und Silbergewicht die Mark = 16 Lot. Die dänische Mark wiegt 235,2941 g, die norwegische dagegen 234,54 g. Die Feinheitsbestimmung geschieht in beiden Ländern gleichfalls wie in Schweden.

b) Berechnungen über Feingewicht, Bruttogewicht und Feinheit einer Legirung.

§ 75. Bezeichnet P das Rauh- (Brutto-)Gewicht einer Legirung,

p das Fein-(Netto-)Gewicht derselben,
f die Feinheit, so ist nach § 68:

$f = \frac{p}{P}$, und daher

$p = f. P$; d. h. man findet das Feingewicht einer Legirung, wenn man das Rauhgewicht mit der Feinheitszahl (einem echten Bruche) multiplicirt.

Umgekehrt ist $P = \frac{p}{f}$ d. h. man findet das Bruttogewicht, wenn man das Nettogewicht durch die Feinheit dividirt.

§ 76. Beispiele.

1) Wieviel Feingold enthalten 4,65 kg Gold à 900?

Auflösung. $4{,}65 \,.\, 0{,}9 = 4{,}185$ kg.

2) Wieviel Feinsilber enthält ein Barren Silber von 18 ℔. 10 oz 16 grs (engl. Gewicht); Report 12 dwts W *)?

Auflösung. Silber 12 dwts W ist $\frac{222 - 12}{240} =$ $\frac{7}{8}$ fein; daher ist der Feingehalt des Barrens = 18 ℔. 10 oz 16 grs . $\frac{7}{8}$ = 16 ℔. 5 oz 15 dwts 14 grs.

3) Eine Goldplansche (ein starkes, mehr flaches Stück) ist 825 fein und enthält 4,521 hg Feingold; wieviel Kilogramm wiegt dieselbe?

Auflösung. 4,521 hg : 0,825 = 5,48 hg = 0,548 kg.

4) Das Bruttogewicht einer Silberplansche ist 0,497 kg, das Feingewicht 0,3976 kg; welches ist ihre Feinheit?

Auflösung. $\frac{0{,}3976}{0{,}497} = \frac{397{,}6}{497} = 0{,}8$

*) Die Feinheitsangabe heißt man „Report“.

c) Vergleichung der Feinheitsbezeichnungen verschiedener Länder.

§ 77. Die Feinheit einer Legirung ist (nach § 68) ein echter Bruch, dessen Zähler das Feingewicht, und dessen Nenner das Bruttogewicht der betreffenden Legirung enthält. Es hat daher die Verwandlung der Feinheitsbezeichnung eines Landes in die eines anderen keine besondere Schwierigkeit, z. B.

1) Wie wird Silber, das in Rußland 84 Sol. fein ist, in Deutschland, Frankreich und England bezeichnet?

Auflösung. Silber von der Probe 84 ist $\frac{84}{96} = \frac{7}{8}$ fein; die Bezeichnung für Deutschland und Frankreich ist demnach 875.

Um die englische Bezeichnungsweise zu erhalten, muss der Bruch $\frac{7}{8}$ in einen Bruch mit dem Nenner 240 verwandelt werden (siehe § 71); dies gibt $\frac{210}{240}$. Da aber Standardsilber $\frac{222}{240}$ fein ist, so entspricht der Probe 84 in Rußland die Bezeichnung 12 dwts W in England.

2) Ein Goldbarren hatte in England Report $2\frac{1}{2}$ grs B, welches ist die entsprechende Feinheitsbezeichnung α) in Deutschland, β) in Rußland?

Auflösung. α) Standardgold ist $\frac{22}{24}$ fein;

$$22 + \frac{(2\frac{1}{2})}{4} = 22{,}625;$$

die Feinheitsbezeichnung für Deutschland

$$\text{ist daher } \frac{22{,}625}{24} = \frac{181}{192} = 0{,}9427 \text{ oder}$$

942,7 Tausendel.

β) Der Bruch $\frac{181}{192}$ ist in einen Bruch mit dem Nenner 96 zu verwandeln.

$$192 : 96 = 2, \text{ daher ist}$$

$\frac{181}{192} = \frac{90{,}5}{96}$; der Goldbarren ist also nach russischer Bezeichnung 90,5 Sol. fein oder von der Probe 90,5.

d) Berechnung des Geldwertes einer Gold- oder Silberlegirung.

§ 78. Der Wert einer Edelmetall-Legirung wird mit Hilfe des jeweiligen Marktpreises durch eine einfache Rechnung bestimmt, wobei der Wert des zur Legirung verwendeten unedlen Metalls (z. B. des Kupfers) ganz außer Betracht bleibt. Die Marktpreise für Gold und Silber beziehen sich entweder auf eine bestimmte Menge feinen oder legirten Metalles. Dieselben waren beispielsweise im Monat Mai 1878 folgende:

Amsterdam. 1646 *fl.* holl. für 1 kg f. Gold,

Frankfurt a/M. 1398 *M.* für 1 *Ū.* Gold al marco, 160,5 *M.* für 1 kg f. Silber, 1405 *M.* für 1 *Ū.* ganz feines Scheidegold.

London. 77 s 9 d für 1 oz Standardgold, 4 s $5\frac{3}{4}$ d oder $53\frac{3}{4}$ d für 1 oz Standardsilber.

Paris. 3434,44 *Fs* fest für 1 kg f. Gold pair (pari); 218,89 *Fs* für 1 kg f. Silber fest mit 80⁰/₀₀ perte (Disagio; Verlust).

Erläuterung. Der Silberpreis tritt in Folge der immer mehr an Ausdehnung gewinnenden Goldwährung nach und nach in den Hintergrund und wird an manchen Plätzen nicht mehr notirt.

Frankfurt a/M. Gold „al marco" heißt „nach dem Gewichte in Münzform."

Scheidegold hat einen Feingehalt von 998 bis 1000 T.

Paris. Nach dem ancien tarif (vom 6. Juni 1803) betrug in Frankreich der Prägelohn für das Kilogramm fein beim Golde 10 *Fs*, beim Silber $3^1/_3$ *Fs*. Da nun gesetzlich aus 1 kg Feingold $3444^4/_9$ *Fs* und aus 1 kg Feinsilber $222^2/_9$ *Fs* geprägt werden, so ergeben sich die obigen festen Preise

a) für Gold: $3444^4/_9 - 10 = 3434^4/_9$ *Fs*;
b) für Silber: $222^2/_9 - 3^3/_9 = 218^8/_9$ *Fs*.

Nach dem nouveau tarif (vom 1. April 1854) sind die entsprechenden Prägelöhne $7^4/_9$ und $1^2/_3$ *Fs*, woraus sich als feste Preise für 1 kg Gold 3437 und für Silber $220^5/_9$ *Fs* ergeben. Im Handel findet jedoch der neue Tarif keine Anwendung.

§ 79. Beispiele.

1) Welchen Wert hat ein Goldbarren von 4,75 *U.* à 900, wenn das *U.* fein mit 1392 *M.* berechnet wird?

Auflösung. $4{,}75 \cdot 0{,}9 = 4{,}275$ *U.* Feingold,
$4{,}275 \cdot 1392 = 5950{,}8$ *M.*

2) Welchen Wert haben in Paris

a) 6,84 kg Gold à 750 fein mit $\frac{1}{2}$ ‰ prime (Agio, Gewinn);

b) 134,81 kg Silber à 990 fein mit 40 ‰ perte (Verlust)?

Auflösung. a) $6{,}84 \cdot 0{,}75 = 5{,}13$ kgf. Gold;
$5{,}13 \cdot 3434{,}44 = 17618{,}68$ *Fs*
$+ \frac{1}{2}$ ‰ $= 8{,}81$
17627,49 *Fs*

b) $134{,}81 \cdot 0{,}99 = 133{,}4619$ kg f. S.
$133{,}4619 \cdot 218{,}89 = 29213{,}48$ *Fs*
$- 40$ ‰ $= 1168{,}54$ „
28044,94 *Fs*

3) Welchen Wert haben in London

a) 1 Unze Feingold und Feinsilber,

b) 1 Troy-℔. Feingold und Feinsilber, wenn die obigen Marktpreise zu Grunde gelegt werden?

Auflösung. a) 1 oz Standardgold (also $\frac{11}{12}$ feines Gold) kostet 77,75 *s*; daher ist 1 oz Feingold 77,75 . $\frac{12}{11}$ = 84,818 *s* wert.

1 oz Standardsilber (also $\frac{37}{40}$ f. S.) kostet 53$\frac{3}{4}$ d; daher ist 1 oz Feinsilber 53$\frac{3}{4}$. $\frac{40}{37}$ = 58$\frac{4}{37}$ d wert.

b) 1 Troy-℔. Feingold = 84,818 . 12 = 1017,816 *s* = 50 £ 17 *s* 9,79 d.

1 Troy-℔. Feingold = 58$\frac{4}{37}$. 12 = 697$\frac{11}{37}$ d = 2 £ 18 *s* 1$\frac{11}{37}$ d.

4) Wenn anfangs Januar 1878 der Silberpreis in London 53$\frac{3}{4}$ d (für 1 oz Standard) notirt war; auf wie viel Mark berechnet sich hiernach 1 deutsches Pfund Feinsilber?

Auflösung.		
	x ℳ	= 1 ℔. f. S.
	1	= 500 g
	373,242	= 1 Troy-℔.
	1	= 12 oz
	37	= 40 oz Stand.
	1	= 53,75 d
	240	= 1 £
	1	= 20,4296 ℳ
	x	= 79,514 ℳ

Anmerkung. Nach dem Frankfurter Courszettel wurde zu jener Zeit in Frankfurt hochhaltiges Silber zu 80,2 ℳ (per Pfd. fein) gekauft und zu 79,20 ℳ angeboten, also ziemlich übereinstimmend mit obigem Resultate.

5) Frankfurt kauft 300 Ⅱ. Silber à 900 fein zu dem Preise von 82,95 ℳ per Ⅱ. fein und schickt dasselbe zum Wiederverkauf nach Paris. Dort ist zu gleicher Zeit der Silberpreis 218,89 *Fs* fest mit 9⁰/₀₀ prime. Wieviel wird bei diesem Geschäft gewonnen?

Auflösung. 300 Ⅱ. à 900 sind 270 Ⅱ. oder 135 kg fein.

135 . 218,89	=	29550,15 *Fs*
+ 9 ⁰/₀₀ prime	=	265,95 „
		29816,10 „

Der Aufwand in Frankfurt beträgt 270 . 82,95 . $\frac{10}{8}$ *) = 27995,63 *Fs*

Daher Gewinn . . . 1820,47 *Fs* = 1456,38 ℳ *)

6) Anfangs Januar 1878 waren in London notirt:

1 oz Standardsilber = $53\frac{3}{4}$ d,

1 oz Standardgold = $77\frac{3}{4}$ s.

Welches ist der Wert des Feingoldes, gemessen durch Feinsilber, wenn obige Preise zu Grunde gelegt werden?

Erste Auflösung.

1 oz Feingold ist wert $77\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{11} = 84\frac{9}{11}\ s$;

1 oz Feinsilber ist wert $53\frac{3}{4} \cdot \frac{40}{37} = 58\frac{4}{37}$ d $= 4\frac{187}{222} s$;

$$84\frac{9}{11} : 4\frac{187}{222} = \frac{933}{11} : \frac{1075}{222} = \frac{933 \cdot 222}{11 \cdot 1075} = 17{,}5;$$

d. h. 1 kg Feingold hat denselben Wert wie 17,5 Silber oder das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold ist in diesem Falle 1 : 17,5

*) 8 ℳ = 10 *Fs* gerechnet.

Zweite Auflösung durch die Kettenregel.

x oz f. S.	=	1 oz f. G.
11	=	12 oz Stand. G.
1	=	77,75 *s*
$4\frac{23}{48}$	=	1 oz Stand. S.
40	=	37 oz f. S.

x = 17,5

§ 80. Aufgaben.

1) Eine Legirung hält 830 Tausendteile fein; wieviel Feinmetall enthält 1 kg; 1 hg; 1 ℔. derselben?

2) Wieviel feines Silber ist enthalten
a) in 4,235 ℔. à 775 Tausendel,
b) in 21,4 hg à 865 „
c) in 8,75 kg à 905 „ ?

3) Wieviel feines Gold ist enthalten
a) in 2,75 ℔. zu 850,
b) in 15,36 hg zu 965,
c) in 7,428 kg zu 905?

4) Ein Silberbarren wiegt 3,175 kg und hält 835 Tausendel fein. Wieviel Feinsilber ist in demselben enthalten?

5) Wieviel Münzsilber á 900 fein läßt sich aus 6,85 kg à 965 herstellen?

6) Wieviel Gold à 785 läßt sich aus 10,512 ℔. fein Gold herstellen?

7) Wieviel Feinsilber enthalten 75 ℔. Markstücke, 900 fein?

8) Wieviel Feingold enthalten 5,605 hg englische Sovereigns zu $916\frac{2}{3}$ Tausendel Feingehalt?

9) Zur Anfertigung mehrerer silberner Gegenstände

sind 45 hg Silber von 800 Tausendel Feingehalt erforderlich. Wieviel Feinsilber ist darin?

10) Das Gewicht des Feinmetalls einer Goldlegirung von 580 Feingehalt beträgt 0,745 hg; wie schwer ist sie?

11) Wenn aus 2,035 hg Feingold eine 620 Tausendteile feine Goldlegirung hergestellt wird; wieviel hg wird sie wiegen?

12) Welchen Wert haben 12,5 ℔. Silber à 850, das ℔. zu 100 Mark gerechnet?

13) Welchen Wert haben 3,245 ℔. Gold à 895, das Pfund zu 1395 ℳ gerechnet?

14) Wieviel Kilogramm Feingold enthalten 3 ℔. 11 Sol. 36 Doli (russ.) Gold von der Probe $83\frac{1}{3}$?

15) Wieviel engl. Standardgold enthalten 4,175 deutsche ℔. Feingold?

16) Wieviel engl. Standardsilber enthalten 6,9875 deutsche ℔. Silber à 725?

17) Wieviel Kupfer enthält eine 3,485 kg schwere Goldlegirung à 725?

18) Wie schwer ist ein Stück Gold von 580 Feinheit, wenn das Feingewicht 2,9735 hg beträgt?

19) Aus 0,2115 kg Feingold soll eine 850 feine Legirung hergestellt werden; wieviel Gramm wird dieselbe wiegen?

20) Aus 1,3075 kg Gold à $916\frac{2}{3}$ soll eine 875 feine Legirung hergestellt werden; welches wird ihr Bruttogewicht sein?

21) Wieviel Kilogramm Silber à 800 haben dasselbe Feingewicht, wie 3,2 kg à 900?

22) Die Bruttogewichte zweier Goldlegirungen sind

2,7 und 2,8 kg; die Feinheit der ersteren ist 0,875; welches muſs die der letzteren sein, wenn beide gleiche Feingewichte haben sollen?

23) Welches ist der Silberwert in 10,225 kg Silber zu 875 Tausendel fein, wenn 1 kg reines Silber 218,89 *Fs* gilt?

24) Welches ist der Goldwert in 12,375 kg Gold zu 780 Tausendel fein, wenn 1 kg fein Gold 3434,44 *Fs* gilt?

25) Welchen Wert hat in London

a) 1 Barren Gold, 5 *tt.* 9 oz 12 dwts, Report 2 grs *M.* wenn die Unze Standardgold mit 77 s 9 d notirt ist;

b) 1 Barren Silber, 25 *tt.* 8 oz 12 grs, Report 1 dwts 18 grs W wenn die Unze Standardsilber zu $53\frac{3}{4}$ d notirt ist?

26) Welchen Wert hat

a) ein Silberbarren von 10,625 *tt.*, 825 fein, à 84,6 *M.* per Pfund fein;

b) ein Goldbarren von 3,475 *tt.* à 860, das Pfund fein zu 1398 *M.* gerechnet?

27) Welchen Wert haben in Paris

a) 10,375 kg Gold à 850 fein mit $1\frac{1}{4}$ ‰ prime;

b) 152,765 kg Silber à 960 fein mit 80 ‰ perte?

28) Wenn die Unze Standardsilber mit $53\frac{1}{2}$ d notirt ist; wie berechnet sich bei diesem Preise das Troypfund Feinsilber?

29) Welchen Wert in Mark hat ein deutsches Pfund Feinsilber, wenn die Unze Standardsilber mit 54 d notirt ist?

30) 1 engl. Unze Silber galt im Juni 1877 $53\frac{5}{8}$ Pence; auf wieviel Mark berechnet sich bei diesem Preise das deutsche *Ⅱ*. Feinsilber? (Vergl. Seite 149 Beisp. 4.)

31) Im December 1877 waren in Frankfurt notirt:

a) engl. Sovereigns zu 20,35 *M.*;
b) 20-Francsstücke „ 16,24 „
c) Dollars in Gold „ 4,17 „

Welcher Preis ergibt sich hieraus für 1 deutsches Pfund Feingold?

(68,284 £, $\frac{11}{12}$ fein = 500 g Feingold,
$172\frac{2}{9}$ St. à 20 *Fs*, $\frac{9}{10}$ „ = 1000 g „
332,3073 $, $\frac{11}{12}$ „ = 500 g „)

32) Ein güldischer Barren (d. h. Gold mit Silbergehalt) wiegt 11 *Ⅱ*. 280 g und enthält Gold à 765 und Silber à 135. Was ist derselbe wert, wenn für Gold 1395 *M.*, für Silber 79,2 *M.* per Pfund fein gerechnet werden?

33) Ein Barren Silber von 980 Feinheit wiegt 143,65 *Ⅱ*.; welches Gewicht und welche Feinheit hat derselbe in England?

34) Die russischen Halbimperialen sind von der Probe 88; welches ist die entsprechende Feinheitsbezeichnung a) in Deutschland, b) in England?

35) Die deutsche Reichsbank ist verpflichtet, Barrengold (ungemünztes Gold) zum festen Satze von 1392 *M.* für das *Ⅱ*. fein umzutauschen. Um wieviel Procent gilt bei der Reichsbank Barrengold weniger als gemünztes Gold? (Vergl. § 85.)

36) Die englische Bank ist verpflichtet, Barrengold zum

Preise von 77¾ Schilling umzutauschen. Um wieviel Procent gilt bei der englischen Bank Barrengold weniger als gemünztes Gold? (Vergl. § 96; 3.)

37) Wenn in London 1 Unze Standardsiber mit 51⅜ d notirt ist, welches ist der Hamburger Silberpreis per Pfund fein und welches ist hiernach das Preisverhältniß des ungemünzten Silbers zum gemünzten Golde? (Vergl. § 79; 4).

XIII. Münzrechnung.

a) Erklärungen.

§ 81. Im Nachstehenden sollen zunächst einige in der Münztechnik vorkommenden Ausdrücke und Begriffe erklärt und erläutert werden.

1) Schrot ist das Rauh- oder Bruttogewicht (auch Normalgewicht) einer Münze.

2) Korn ist das Fein- oder Nettogewicht derselben.

3) Feinheit ist das Verhältniß zwischen Korn und Schrot.

4) Münzfuß ist die gesetzliche Bestimmung des Schrotes und Korns einer Münze oder die Bestimmung über die Anzahl der Münzeinheiten, welche aus der Münzgewichtseinheit feinen Metalls geprägt werden, sowie über die Feinheit derselben.

5) Das Wort Währung (Valuta) bezeichnet ursprünglich die Dauer, Fortdauer eines Zustandes, also im Münzwesen die Fortdauer des Münzzustandes eines Landes und ist hiernach gleichbedeutend mit Münzfuß. Die Ausdrücke „norddeutsche, österreichische Währung sind daher gleichbedeutend mit 30 Taler- und 45 Guldenfuß,

da in Norddeutschland früher aus einem Pfunde Feinsilber 30 Taler, in Oesterreich aber 45 österr. Gulden geprägt wurden.

Das Wort Währung hat jedoch noch eine andere Bedeutung; es bezeichnet nämlich auch den Stoff, das Metall, aus welchem die Münzeinheit eines Landes geprägt ist. Ist letztere Gold, Silber oder beides zugleich, so spricht man von einer Gold-, Silber- oder gemischten (Alternativ)-Währung. Einige Länder haben zwar gesetzlich Metallwährung, in Wirklichkeit jedoch nur Papierwährung, insoferne das Papier das gewöhnliche Zahlungsmittel bildet, wie z. B. Oesterreich, Italien, Rußland u. s. w.

6) Remedium oder Toleranz ist die dem Münzmeister gesetzlich gestattete Abweichung im Mehr oder Weniger vom Normalgewicht und Feingehalt.

7) Passirgewicht ist die außerdem noch im öffentlichen Verkehr zulässige Abweichung vom Normalgewicht.

8) Nennwert (Nominalwert) einer Münze ist der gewöhnlich auf derselben angegebene (äußere) oder der gesetzlich ausgesprochene Wert.

9) Metallwert ist der eigentliche (innere) Wert der Münze, welchen dieselbe als ungemünztes Stück Metall von bestimmtem Gewicht und Feingehalt besitzt.

10) Schlag- oder Prägeschatz ist die Differenz zwischen Nennwert und Metallwert, nachdem von derselben die Prägekosten abgezogen sind.

11) Münzpari ist die Angabe des Metallwertes einer ausländischen Münze in der inländischen Valuta oder umgekehrt.

12) Courant- oder grobe Münzen sind diejenigen, bei welchen der Nennwert mit dem Metallwert (abgesehen von einer nicht zu erreichenden Genauigkeit) übereinstimmt, z. B. die 5-, 10- und 20-Markstücke.

13) Scheidemünzen sind diejenigen, welche mehr oder minder unter ihrem Metallwert ausgeprägt sind.

So sind z. B. die Einmarkstücke, da vorschriftsmäßig 100 = 1 ℔. Feinsilber enthalten und 15,5 ℔. Silber = 1 ℔. Gold gerechnet sind, nur $\frac{1395}{15,5 . 100} = 0,9$ Gold-Mark wert.

14) Courswert ist der Marktpreis einer Münze, wenn dieselbe als Waare betrachtet wird. Er ist, je nach dem Verhältniß zwischen Angebot und Nachfrage größer oder kleiner als der Nennwert, er steht — wie man sagt — über oder unter pari.

So war z. B. am 10. Juli 1877 in Frankfurt a/M. der Courswert den 20-Francs-Stücke 16,24 bis 16,28 ℳ., während der Pari-Wert 16,2 ℳ. ist; dagegen am gleichen Tage der Courswert der engl. Sovereigns 20,35 bis 20,40 ℳ., deren Pari-Wert 20,43 ℳ. beträgt.

15) Agio (prime) ist die Differenz. Courswert minus Nennwert;

Disagio (perte) die Differenz: Nennwert minus Courswert.

16) Unter einem Münzsystem verstehen wird endlich den Inbegriff aller gesetzlichen Vorschriften über die Ausprägung, das Cursiren und die Wiedereinziehung der Münzen eines Landes oder Ländergebietes.

b) Der deutsch-österreichische Münz-Vertrag vom 24. Januar 1857.

§ 82. Vor Abschluss dieses Vertrages bildete die Einheit des deutschen Gold- und Silbergewichts die sogenannte kölner Mark, deren Gewicht 233,8555 Gramm betrug. Es bestanden damals in Deutschland 3 Münzfüße:

1) Der 14-Talerfuß in den norddeutschen Staaten. Aus der kölner oder feinen Mark Silber wurden 14 Taler geprägt. Ein Taler hatte daher 16,704 Gramm feines Silber.

2) Der 24½-Guldenfuß in Süddeutschland. Aus der kölner Mark feinen Silbers wurden 24½ Gulden geprägt. Ein Gulden hatte demnach 9,545 Gramm feines Silber.

3) Der Conventions- oder 20-Guldenfuß in Oesterreich. Aus der feinen Mark Silber wurden 20 österr. Gulden geprägt. Ein solcher Gulden enthielt somit 11,693 Gramm Feinsilber.

§ 83. Zwischen den deutschen Zollvereinsstaaten *) und Oesterreich wurde am 24. Januar 1857 eine Münzconvention abgeschlossen, durch welche die Münzverhältnisse dieser Staaten in folgender Weise geregelt wurden:

1) Das Pfund in der Schwere von 500 Gramm, soll in den vertragenden Staaten der Ausmünzung zur Grundlage dienen und auf deren Münzstätten als ausschließliches Münzgewicht (Münzpfund) eingeführt werden, auch zu diesem Zwecke eine selbstständige Einteilung in Tausendteile mit weiterer decimaler Abstufung erhalten.

---

*) Hiezu gehörten damals sämmtliche deutsche Staaten, ausgenommen: Holstein, Hamburg, Lübeck, Bremen und beide Mecklenburg.

Anmerkung. Die kölner Mark verhält sich hiernach zum neuen Münzpfund

wie 233,855 : 500 oder
annähernd wie 210 : 449, d. h. es sind
annähernd 210 Münzpfd. = 449 kölner Mark.
1 kölner Mark = 0,467711 Münzpfund,
1 Münzpfund = 2,138072 köln. Mark.

2) Mit Festhaltung der reinen Silberwährung und auf Grundlage des neuen Münzpfundes soll die Münzverfassung der vertragenden Staaten in der Art geordnet, daß

entweder 30-Taler (Norddeutschland)
oder $52^1/_2$ Gulden (Süddeutschland)
oder 45 Gulden (Oesterreich)

aus Einem Pfunde feinen Silbers geprägt werden.

Dadurch entstehen die drei Münzfüße:

a) der 30-Talerfuß,
b) der $52^1/_2$-Guldenfuß und
c) der 45-Guldenfuß, und es entsprechen diesen die Bezeichnungen

Talerwährung,
süddeutsche Währung und
österreichische Währung.

Der Gehalt an reinem Silber beträgt nach diesen Ausmünzungen beim Taler 16,667, beim südd. Gulden 9,524 und beim österr. Gulden 11,111 Gramm.

3) Der Feingehalt der Silbermünzen wird in Tausendteilen ausgedrückt.

Das Mischungsverhältniß der Silbermünzen wird auf 900 Tausendteile Silber und 100 Tausendteile Kupfer festgestellt. Es beträgt daher das Gewicht von 30 Talern = $1^1/_9$ Pfund, mithin gehen 27 einfache Vereinstaler oder $13^1/_2$ doppelte Taler auf 1 Pfund.

Bei dem $52^1/_2$-Guldenfuße wiegen $47^1/_4$ Gulden und bei dem 45-Guldenfuße $40^1/_2$ Gulden je 1 Pfund.

4) Die vertragenden Staaten werden auch Vereins-Handelsmünzen in Gold unter der Benennnng „Krone" und „halbe Krone" ausprägen lassen und zwar:

Die Krone zu $^1/_{50}$ des Pfundes feinen Goldes, die halbe Krone zu $^1/_{100}$ des Pfundes feinen Goldes.

Das Mischungsverhältniß der Vereins-Goldmünzen wird auf 900 Tausendteile Gold und und 100 Tausendteile Kupfer festgesetzt.

Es wiegen demnach 45 Kronen oder 90 halbe Kronen 1 Pfund.

Der Silberwert der Vereins-Goldmünzen im gemeinen Verkehr wird lediglich durch das Verhältniß des Angebots zur Nachfrage bestimmt. Es darf ihnen daher die Eigenschaft eines, die landgesetzliche Silberwährung vertretenden Zahlungsmittels nicht beigelegt und zu ihrer Annahme in dieser Eigenschaft Niemand gesetzlich verpflichtet werden.

Anmerkung. Oesterreich ist Ende 1867 aus diesem Münzvereine ausgetreten und demnach seither in seinem Münzwesen von den deutschen Zollvereinsstaaten unabhängig. In letzteren bestand die reine Silberwährung bis Ende 1871.

c) Die bisherigen gesetzlichen Münz-Systeme Deutschlands nebst Angabe der zugehörigen Staaten.

§ 84. Vor Einführung des Marksystems bestanden im Gebiete des deutschen Reichs, einschließlich Elsaß-Lothringen, gesetzlich folgende Münzsysteme:

1) Der süddeutsche Münzfuß. Aus Einem metrischen Pfunde*) Feinsilber wurden $52^1/_2$ Gulden ge-

*) 1 metr. Pfund = 1 Zollpfund = 500 Gramm.

prägt in Bayern, Württemberg, Baden, Großherzogtum Hessen, Nassau, Hohenzollern, Hessen-Homburg, Frankfurt a. M., Sachsen-Meiningen, Sachsen-Coburg, Schwarzburg-Rudolstadt (Oberherrschaft.)

2) Der 30-Talerfuß. 30 Taler = 1 metr. Pfund feines Silber. Der Taler = 30 Groschen à 12 Pfennige in Preußen (mit Ausnahme von Hannover, Hohenzollern, Nassau, Hessen-Homburg und Frankfurt a/M.) Lauenburg, Anhalt, Braunschweig, Oldenburg mit Birkenfeld, Sachsen-Weimar, Schwarzburg-Sondershausen, Schwarzburg-Rudolstadt (Unterherrschaft), Waldeck und Pyrmont, reußische Fürstentümer, Schaumburg-Lippe und Lippe-Detmold.

3) Der 30-Talerfuß. 30 Taler = 1 metr. Pfund Feinsilber. Der Taler = 30 Groschen à 10 Pfennige im Königreich Sachsen, Sachsen-Gotha, Sachsen-Altenburg, Braunschweig und Hannover.

4) Der 30-Talerfuß. 30 Taler = 1 metr. Pfund Feinsilber. 1 Taler eingeteilt in 48 Schilling à 12 Pfennige, in Mecklenburg-Schwerin und Mecklenburg-Strelitz.

5) Der 30-Talerfuß. 30 Taler = 1 metr. Pfund Feinsilber. 1 Taler eingeteilt in 2½ Mark Courant oder in 40 Schilling à 12 Pfennige; daher 1 Mark Courant = 16 Schilling à 12 Pfg., in Hamburg und Lübeck. *)

---

*) Hamburg und Lübeck hatten diesen Taler nicht geprägt. Sie hatten ihn aber zum gesetzlichen Zahlungsmittel in der Weise erhoben, dass, wie oben erwähnt, 2½ Mark hamb. oder lübisch Courant = 1 Taler galten.

In Hamburg bestand außerdem noch für den Großhandel

6) Die Talergoldwährung in Bremen. 1 Louisd'or, mindestens 1/84 metr. Pfund Feingold enthaltend, gerechnet zu 5 Taler, der Taler eingeteilt in 72 Grote à 5 Schwaren. *)

7) Das französische Frankensystem in Elsaß-Lothringen. 111 1/9 Silberfranken = 1 metr. Pfund feines Silber und 1722 2/9 Goldfranken = 1 metr. Pfund Feingold.

d) Anbahnung der reinen Goldwährung in Deutschland durch das Gesetz vom 4. Dezember 1871, betreffend die Ausprägung von Reichsgoldmünzen.

§ 85. Die wichtigsten Artikel dieses Gesetzes sind:

§ 1. Es wird eine Reichsgoldmünze ausgeprägt, von welcher aus Einem Pfunde feinen Goldes 139 1/2 Stück ausgebracht werden.

§ 2. Der zehnte Teil dieser Goldmünze wird Mark genannt und in 100 Pfennige eingeteilt.

§ 3. Außer der Reichsgoldmünze zu 10 Mark (§ 1) sollen ferner ausgeprägt werden:

> Reichsgoldmünzen zu 20 Mark, von welchen aus Einem Pfunde feinen Goldes 69 3/4 Stück ausgebracht werden.

---

eine auf ungemünztes Feinsilber (Feinsilber in Barren) begründete besondere Bankvaluta: 59 1/3 Mark Banco = 1 metr. Pfund Feinsilber.

Diese Mark Banco war nur eine Rechnungsmünze.

*) Der Louisd'or-Taler war nicht geprägt, er war nur der gedachte fünfte Teil der unter dem Namen Louisd'or, Pistole u. s. w. bekannten deutschen Goldmünze. 8,4 solcher Louisd'or-Taler sind in Bremen gesetzlich = 1 deutsche Goldkrone gerechnet worden.

Da nach dem Münzvertrag vom 24. Januar 1857 50 Goldkronen = 1 Pfd. Feingold enthielten, so hatte 1 Louisd'or-Taler = 1/420 Pfd. Feingold oder 420 Louisd'or-Taler = 1 Pfd. Feingold.

§ 4. Das Mischungsverhältniß der Reichsgoldmünzen wird auf 900 Tausendteile Gold und 100 Tausendteile Kupfer festgestellt. Es werden demnach

125,55 Zehn-Markstücke und
62,775 Zwanzig-Mark je

Ein Pfund wiegen.

§ 7. Das Verfahren bei Ausprägung der Reichsmünzen wird vom Bundesrate festgestellt und unterliegt der Beaufsichtigung von Seiten des Reiches. Dieses Verfahren soll die vollständige Genauigkeit der Münzen nach Gehalt und Gewicht sicherstellen. Soweit eine absolute Genauigkeit bei dem einzelnen Stücke nicht innegehalten werden kann, soll die Abweichung im Mehr oder Weniger im Gewicht nicht mehr als zwei und ein halb Tausendteile seines Gewichts, im Feingehalt nicht mehr als zwei Tausendteile betragen.

§ 8. Alle Zahlungen, welche gesetzlich in Silbermünzen der Talerwährung, der süddeutschen Währung, der Lübischen oder Hamburgischen Courant-Währung oder in Talern Gold Bremer Rechnung zu leisten sind oder geleistet werden dürfen, können in Reichsgoldmünzen (§§ 1 und 3) dergestalt geleistet werden, daß gerechnet wird:

Das Zehn-Markstück zum Werte von $3^1/_3$ Talern oder
5 fl. 50 kr. südd. Währung,
8 Mark $5^1/_3$ Schilling Lübischer und Hamburgischer Courant-Währung,
$3^1/_{93}$ Taler Gold Bremer Rechnung;

das Zwanzig-Markstück zum Werte von $6^2/_3$ Talern oder
11 fl. 40 kr. südd. Währung,

16 Mark $10^2/_3$ Schilling Lübischer und Hamburgischer Courant-Währung,

$6^2/_{93}$ Taler Gold Bremer Rechnung.

§ 9. Reichsgoldmünzen, deren Gewicht um nicht mehr als fünf Tausendteile hinter dem Normalgewicht (§ 4) zurückbleibt (Passirgewicht) und welche nicht durch gewaltsame oder gesetzwidrige Beschädigung am Gewicht verringert sind, sollen bei allen Zahlungen als vollwichtig gelten.

§ 86. Erläuterungen zu dem Reichsgesetze vom 4. December 1871.

1) Das Münzpfund, welches bei der Ausprägung der neuen Goldmünzen zu Grunde gelegt wird, ist das schon mehrfach erwähnte metrische oder Zollpfund, welches bereits durch den Münzvertrag vom 24. Januar 1857 von den damaligen Zollvereinsstaaten und Oesterreich als Einheit des deutschen Gold- und Silbergewichts aufgestellt wurde und zu diesem Zweck eine eigene selbstständige decimale Einteilung erhalten hat. Der 10 000. Teil des Pfundes wird Aß genannt.

1 Aß stellt daher ein Gewicht von 0,05 Gramm = 5 Centigramm vor.

2) Dem Gesetze liegt das Wertverhältniß 1 : $15\frac{1}{2}$ zwischen Silber und Gold zu Grunde.

Dieses Verhältniß ist kein willkürliches, sondern es entsprach lange Zeit hindurch dem durchschnittlichen Marktcours der beiden Edelmetalle. Es ist dieses Verhältniß auch dasselbe, welches bei der Ausprägung der französischen Silbercourant- und Goldmünzen zu Grunde liegt.

Da nämlich aus Einem metrischen Pfunde (= 500 Gramm) Feinsilber $111\frac{1}{9}$ Franken und aus Einem metrischen Pfunde Feingold $1722\frac{2}{9}$ Franken geprägt werden, so ergibt sich hieraus ein Wertverhältniß zwischen Silber und Gold

$$= 111\tfrac{1}{9} : 1722\tfrac{2}{9} \text{ oder}$$
$$= 1 : 15\tfrac{1}{2}$$

Aus Einem metrischen Pfunde Feinsilber wurden bisher

entweder 30 Taler (Norddeutschland),
oder $52\frac{1}{2}$ Gulden (Süddeutschland),
oder 45 Gulden (Oesterreich) geprägt; daher hat das Pfund Feingold einen Wert von $30 \,.\, 15\frac{1}{2} = 465$ Talern, oder $52\frac{1}{2} \,.\, 15\frac{1}{2} = 813\frac{3}{4}$ südd. Gulden, oder $45 \,.\, 15\frac{1}{2} = 697\frac{1}{2}$ österr. Gulden.

3) Da bisher aus Einem metrischen Pfunde Feinsilber 30 Taler geprägt wurden, und da

30 Taler = 9 mal den Wert von 10 Mark,
= $4\frac{1}{2}$ mal den Wert von 20 Mark vorstellen, so ergibt sich unter Zugrundlegung des Wertverhältnisses $1 : 15\frac{1}{2}$ zwischen Silber und Gold, dass aus Einem metrischen Pfunde = 500 Gramm Feingold ausgebracht werden müssen:

$9 \,.\, 15\frac{1}{2} = 139\frac{1}{2}$ Goldmünzen à 10 Mark und
$4\frac{1}{2} \,.\, 15\frac{1}{2} = 69\frac{3}{4}$ " à 20 "

4) Hieraus folgt unmittelbar, dass das Zehnmarkstück

$$\frac{500}{139{,}5} = 3{,}584 \text{ Gramm,}$$

das Zwanzigmarkstück $\frac{500}{69{,}75} = 7{,}168$ "

feines Gold erhält.

Dieses Gewicht nennt man das Feingewicht oder das Korn der Münzen.

5) Nach § 4 des Gesetzes ist das Mischungsverhältniß der Reichsgoldmünzen zu 900 Tausendteilen Gold und 100 Tausendteilen Kupfer festgestellt. Es wiegen daher:

$$139{,}5 \,.\, \frac{9}{10} = 125{,}55 \text{ Zehnmarkstücke, oder}$$

$$69{,}75 \,.\, \frac{9}{10} = 62{,}775 \text{ Zwanzigmarkstücke}$$

je ein Pfund = 500 Gramm.

Hieraus folgt weiter, daß das Normalgewicht eines Zehnmarkstücks $= \frac{500}{125{,}55} = 3{,}9825$ Gramm, das Normalgewicht eines Zwanzigmarkstücks $= \frac{500}{62{,}775} = 7{,}965$ Gramm ist.

Dieses Gewicht nennt man auch das Rauh- oder Bruttogewicht oder das Schrot der Münzen.

6) Das Passirgewicht der Reichsgoldmünzen darf nach § 9 des Gesetzes nicht mehr als 5 Tausendel oder $^1/_{200}$ weniger als das Normalgewicht betragen. Daher ist die äußerste gestattete Abweichung von letzterem für das Zehnmarkstück $= \frac{3{,}9825}{200} = 0{,}0199$ Gramm, und für das Zwanzigmarkstück $= \frac{7{,}965}{200} = 0{,}03987$ Gramm.

Das Passirgewicht für das Zehnmarkstück beträgt demnach 3,9825 — 0,0199 = 3,9626 Gramm, und für das Zwanzigmarkstück 7,965 — 0,03987 = 7,9251 Gramm.

7) In dem Reichsgesetze vom 4. December 1871 fehlt die Angabe des Zahlungswertes der neuen Goldmünzen für das in Elsaß-Lothringen geltende Frankensystem.

Durch eine kaiserliche Verordnung vom 15. November 1874 wurde festgestellt, dass 1 Franc = 80 deutschen Pfennigen zu rechnen sei.

Hiebei sei erwähnt, dass der Franc nicht, wie gewöhnlich gerechnet wird, genau = 8 Silbergroschen = 28 südd. Kreuzern = 40 österr. Kreuzern gleichkommt.

Da nämlich aus Einem metrischen Pfunde Feinsilber in Norddeutschland 30 Taler, in Süddeutschland $52^1/_2$ Gulden, in Oesterreich 45 Gulden und endlich in Frankreich bisher $111^1/_9$ Silberfranken geprägt wurden, so folgt hieraus, dass

300 *Fs* = 81 Taler,
400 „ „ 189 südd. Gulden,
200 „ „ 81 öst. „

Daher 1 Franc = 8,1 Silbergroschen,
= 28,35 südd. Kreuzer,
= 40,5 österr. „

Da nun

$\frac{1}{10}$ Silbergroschen = $1\frac{1}{4}$ Procent von 8 Sgr.,
$\frac{7}{20}$ Kreuzer = $1\frac{1}{4}$ „ „ 28 südd. Kreuzern,
$\frac{1}{2}$ Kreuzer = $1\frac{1}{4}$ „ „ 40 österr. „

beträgt, so sieht man, dass der Franc um $1\frac{1}{4}$ Procent mehr wert ist, als oben angenommen wurde.

Umgekehrt findet man nach obigen Ausmünzungsverhältnissen, dass genau genommen

1 Taler $= 3\frac{19}{27}$ *Fs* $=$ 3 *Fs* $70\frac{10}{27}$ *cts*
1 südd. Gulden $= 2\,\frac{22}{189}$ *Fs* $=$ 2 *Fs* $11\frac{121}{189}$ *cts*
1 österr. Gulden $= 2\frac{38}{81}$ *Fs* $=$ 2 *Fs* $46\frac{74}{81}$ *cts*

ist, während man gewöhnlich rechnet:

1 Taler 3,75 *Fs*
1 südd. Gulden $= \frac{60}{28}$ *Fs* $= 2\frac{1}{7}$ *Fs*
1 österr. Gulden $= 2\frac{1}{2}$ *Fs* $=$ 2 *Fs* 50 *cts*

Diesen letzteren bequemeren Umrechnungszahlen liegt ein anderes Wertverhältniß zwischen Silber und Gold zu Grunde, als das im neuen Gesetze angenommene 1 : 15,5.

Es ist nämlich

a) für Taler und Franken:
$3{,}75 : 3\frac{19}{27} = 15{,}5 : x$

b) für südd. Gulden und Franken:
$2\frac{1}{7} : 2\frac{22}{189} = 15{,}5 : x$

c) für österr. Gulden und Franken:
$2{,}5 : 2\frac{38}{81} = 1\ {,}5 : x$

Aus jeder dieser drei Proportionen findet man übereinstimmend:

$$x = 15{,}31$$

Dieses Wertverhältniß zwischen Silber und Gold würde der gesetzlichen Tarifirung des Talers $= 3\frac{3}{4}$ *Fs* in den neuen Reichslanden Elsaß-Lothringen entsprechen.

Es würde auch bei dem Wertverhältniß 1 : 15,31 das neue Zwanzig-Markstück genau = 25 *Fs* sein, während wir jetzt genau genommen zwischen den neuen deutschen Goldmünzen und dem französischen Gelde folgende Vergleichswerte haben:

$139\frac{1}{2}$ Zehn-Markstücke = $1722\frac{2}{9}$ Goldfrancs.
$69\frac{3}{4}$ Zwanzig-Markstücke = $1722\frac{2}{9}$ Goldfrancs,

daher ist

das Zehn-Markstück = 12,345 *Fs* = 12 *Fs* $34\frac{1}{2}$ *cts*,
das Zwanzig-Markstück = 24,69 *Fs* = 24 *Fs* 69 *cts*.

e) das definitive deutsche Münzgesetz vom 9. Juli 1873.

§ 87. Die wichtigsten Artikel dieses Gesetzes sind folgende:

Art. 1. An die Stelle der in Deutschland geltenden Landeswährungen tritt die Reichsgoldwährung. Ihre Rechnungseinheit bildet die Mark, wie solche durch § 2 des Gesetzes vom 4. December 1871, betreffend die Ausprägung von Reichsgoldmünzen festgestellt worden ist.

Art. 2. Außer den in dem Gesetze vom 4. December 1871 bezeichneten Reichsgoldmünzen sollen ferner ausgeprägt werden Reichsgoldmünzen zu 5 Mark, von welchen aus einem Pfunde feinen Goldes 279 Stück ausgebracht werden. Die Bestimmungen der §§ 4, 7, 8 und 9 jenes Gesetzes finden auf diese Münzen entsprechende Anwendung, jedoch mit der Maßgabe, daß bei denselben die Abweichung in Mehr oder Weniger im Gewicht (§ 7) vier Tausendteile, und der Unterschied zwischen dem Normalgewicht und dem Passirgewicht (§ 9) acht Tausendteile betragen darf.

Art. 3. Außer den Reichsgoldmünzen sollen als Reichsmünzen und zwar:

1) als Silbermünzen: Fünfmarkstücke, Zweimarkstücke, Einmarkstücke, Fünfzigpfennigstücke und Zwanzigpfennigstücke;

2) als Nickelmünzen: Zehnpfennigstücke und Fünfpfennigstücke;

3) als Kupfermünzen: Zweipfennigstücke und Einpfennigstücke nach Maßgabe folgender Bestimmungen ausgeprägt werden.

§ 1. Bei Ausprägung der Silbermünzen wird das Pfund feinen Silbers in 20 Fünfmarkstücken, 50 Zweimarkstücken, 100 Einmarkstücken, 200 Fünfzigpfennigstücken und in 500 Zwanzigpfennigstücken ausgebracht.

Das Mischungsverhältniß beträgt 900 Teile Silber und 100 Teile Kupfer, so daſs 90 Mark in Silbermünzen ein Pfund wiegen.

Das Verfahren bei Ausprägung dieser Münzen wird vom Bundesrat festgestellt. Bei den einzelnen Stücken darf die Abweichung im Mehr oder Weniger im Feingehalt nicht mehr als drei Tausendteile, im Gewicht, mit Ausnahme der Zwanzigpfennigstücke, nicht mehr als zehn Tausendteile betragen. In der Masse aber müssen das Normalgewicht und der Normalgehalt bei allen Silbermünzen innegehalten werden.

§ 3. Die näheren Bestimmungen über Zusammensetzung, Gewicht und Durchmesser der Nickel- und Kupfermünzen werden vom Bundesrate festgestellt.

Art. 4. Der Gesammtbetrag der Reichssilbermünzen soll bis auf Weiteres zehn Mark für den Kopf der Bevölkerung des Reichs nicht übersteigen.

Art. 5. Der Gesammtbetrag der Nickel- und Kupfermünzen soll zwei und eine halbe Mark für den Kopf der Bevölkerung des Reichs nicht übersteigen.

Art. 9. Niemand ist verpflichtet, Reichssilbermünzen im Betrag von mehr als zwanzig Mark, und Nickel- und Kupfermünzen in Betrage von mehr als einer Mark in Zahlung zu nehmen.

Art. 14. Von dem Eintritt der Reichswährung an gelten folgende Vorschriften:

§ 1. Alle Zahlungen, welche bis dahin in Münzen einer inländischen Währung oder in landesgesetzlich den inländischen Münzen gleichgestellten ausländischen Münzen zu leisten waren, sind vorbehaltlich der Vorschriften Art 9, 15 und 16 in Reichsmünzen zu leisten. *)

§ 2. Die Umrechnung solcher Goldmünzen, für welche ein bestimmtes Verhältniß zu Silbermünzen gesetzlich nicht feststeht, erfolgt nach Maßgabe des Verhältnisses des gesetzlichen Feingehaltes derjenigen Münzen, auf welche die Zahlungsverpflichtung lautet, zu dem gesetzlichen Feingehalte der Reichsgoldmünzen.

Bei der Umrechnung anderer Münzen werden
der Taler zum Werthe von 3 Mark,
der Gulden süddeutscher Währung zum Werte von $1\frac{5}{7}$ Mark,
die Mark lübischer und hamburischer Courantwährung zum Werte von $1\frac{1}{5}$ Mark,
die übrigen Münzen derselben Währungen zu entsprechenden Werten nach ihrem Verhältniß zu den genannten berechnet.

Bei der Umrechnung werden Bruchteile von Pfennigen der Reichswährung zu einem Pfennig berechnet, wenn sie einen halben Pfennig oder mehr betragen, Bruchteile unter einem halben Pfennig werden nicht gerechnet.

§ 88. Erläuterungen zum definitiven Münzgesetz vom 9. Juli 1873.

*) Die Art. 15 und 16 gestatteten, daß an Stelle der Reichsmünzen bis zur Außercourssetzung noch verschiedene ältere Münzen angenommen werden durften. Diese Außercourssetzung der älteren Münzen ist z. Z. (Juli 1878) mit Ausnahme der Talerstücke bereits durchgeführt.

1) Durch das definitive Münzgesetz wurde die deutsche Münzreform zum vollständigen Abschluss gebracht. An die Stelle der bisher geltenden Siberwährung tritt jetzt ausschließlich die Goldwährung; als Rechnungseinheit ist definitiv die Mark bestimmt, welche in 100 Pfennige eingeteilt ist und deren Wert nach § 1 und 2 des Gesetzes vom 4. December 1871 sich als der 1395. Teil eines Pfundes (à 500 Gramm) Feingold darstellt.

2) Wenn das gesammte Material an Gold-, Silber- und Scheidemünzen zur Durchführung der deutschen Münzreform beschafft ist, wird es im Umfange des Deutschen Reichs nur noch folgende Münzen geben:

a) Goldmünzen, als eigentliche Reichsmünzen und allein vollgültig:

20 Mark, 10 Mark, 5 Mark.

b) Silbermünzen: 5 Mark, 2 Mark, 1 Mark, 50 Pfennige, 20 Pfennige.

c) Nickelmünzen: 10 Pfennige, 5 Pfennige.

d) Kupfermünzen: 2 Pfennige, 1 Pfennig.

3) Ueber das Brutto-, Netto- und Passirgewicht der 20- und 10-Markstücke siehe die Erläuterungen zum Reichsgesetz vom 4. December 1871 (§ 86). Es erübrigt hier nur noch die Betrachtung des goldenen 5-Markstücks, welches in jenes Gesetz noch nicht aufgenommen war.

Da nach Art. 2 aus Einem Pfunde Feingold 279 Fünfmarkstücke geprägt werden, so enthält das 5-Markstück $\frac{500}{279} = 1{,}7921$ g Feingold. Da ferner 279 . 0,9 = 251,1 Stück 1 Pfund wiegen, so ist das Gewicht des

5=Markstücks $= \frac{500}{251,1} = 1,9912$ g. Die Abweichung der 5=Markstücke vom Normalgewicht darf im äußersten Falle 8 Tausendteile oder $1,9912 \,.\, 0,008 = 0,0159296$ g betragen, daher ist das Passirgewicht eines 5=Markstückes $= 1,9912 - 0,0159 = 1,9753$ g.

4) Nach Art. 3 § 1 des definitiven Gesetzes werden aus Einem Pfunde Feinsilber geprägt:

a) 20=Fünfmarkstücke,
b) 50=Zwanzigmarkstücke,
c) 100=Einmarkstücke,
d) 200=Fünfzigpfennigstücke und
e) 500=Zwanzigpfennigstücke.

Daher enthält

das Fünfmarkstück	$\frac{500}{20} = 25$	Gramm	Feinsilber,
„ Zweimarkstück	$\frac{500}{50} = 10$	„	„
„ Einmarkstück	$\frac{500}{100} = 5$	„	„
„ Fünfzigpfennigstück	$\frac{500}{200} = 2,5$	„	„
„ Zwanzigpfennigstück	$\frac{500}{500} = 1$	„	„

Da das Mischungsverhältniß der Silbermünzen zu $\frac{9}{10}$ Silber und $\frac{1}{10}$ Kupfer festgestellt ist, so wiegen

$20 - 2 = 18$ Fünfmarkstücke	je 1 Pfund.
$50 - 5 = 45$ Zweimarkstücke	
$100 - 10 = 90$ Einmarkstücke	
$200 - 20 = 180$ Fünfzigpfennigstücke	
$500 - 20 = 450$ Zwanzigpfennigstücke	

Das Fünfmarkstück wiegt $\frac{500}{18} = 27,777$ Gramm,

„ Zweimarkstück „ $\frac{500}{45} = 11,111$ „

„ Einmarkstück „ $\frac{500}{90} = 5,555$ „

„ Fünfzigpfennigstück „ $\frac{500}{180} = 2,777$ „

„ Zwanzigpfennigstück „ $\frac{500}{450} = 1,111$ „

5) Bisher wurden in Deutschland bei der herrschenden Silberwährung aus Einem Pfunde Feinsilber 30 Taler, $\frac{9}{10}$ fein, geprägt, welche einen Wert von 90 Mark repräsentirten. Nach dem neuen Münzgesetz aber werden aus derselben Menge Feinsilber 100 Mark, ebenfalls $\frac{9}{10}$ fein, geprägt, welche einen Wert von $33\frac{1}{3}$ Talern vorstellen. Da man aus der Proportion $30 : 100 = 33\frac{1}{3} : x$ für x den Wert $111\frac{1}{9}$ findet, so sieht man, daß die neuen Silbermünzen des Marksystems nach einem um $11\frac{1}{9}$ Procent geringeren Münzfuß ausgeprägt werden, als die groben Silbermünzen, welche nach den Bestimmungen des deutsch-österreichischen Münzvertrages vom 24. Januar 1857 seither geprägt wurden.

6) Hinsichtlich der in Art. 3 § 3 erwähnten Münzen hat der Bundesrat am 8. Juli 1873 Folgendes verordnet:

a) Nickelmünzen. Sie bestehen aus 75 % Kupfer und 25 % Nickel.

125 Stück à 10 ₰ oder 200 Stück à 5 ₰ wiegen 1 ℔.; daher wiegt das Zehnpfennigstück 4 g, das Fünfpfennigstück 2,5 g.

b) Kupfermünzen. Sie bestehen aus 95 % Kupfer, 4 % Zinn, 1 % Zink.

150 Stück à 2 ₰ oder 250 Stück à 1 ₰ wiegen 1 ℔.; daher wiegt das 2-Pfennigstück $3\frac{1}{3}$ g, das 1-Pfennigstück 2 g.

7) Die Reichsmarkrechnung wurde eingeführt:

in Bremen am 1. Juli 1872,
in Hamburg am 15. Februar 1873,
in beiden Mecklenburg am 1. Juni 1874,
in den übrigen deutschen Staaten (ausgenommen Bayern, Württemberg und Elsaß-Lothringen) am 1. Januar 1875,
in Württemberg am 1. Juli 1875,
in Bayern am 1. Januar 1876 und
in Elsaß-Lothringen am 1. Januar 1876.

f) Die Pariser Münzenconvention (lateinischer Münzvertrag) vom 23 Dezember 1865,

abgeschlossen zwischen Frankreich, der Schweiz, Belgien und Italien.

§ 89. Die wichtigsten Bestimmungen dieses Vertrages sind folgende:

A. Goldmünzen.

Aus 1 kg Münzgold, bestehend aus $\frac{9}{10}$ Gold und $\frac{1}{10}$ Kupfer werden 3100 *Fs* geprägt; daher sind $3444\frac{4}{9}$ *Fs* = 1 kg Feingold.

Geprägt werden:

Münzen.	Normalgewicht in Grammen.	Gewichtstoleranz nach oben und unten.	Feinheit.	Feinheitstoleranz nach oben und unten.
100 *Fs*	32,25806	1 Tausendl.	900	2 Tausendl.
50 *Fs*	16,12903	„	900	„
20 *Fs*	6,45161	2 Tausendl.	900	„
10 *Fs*	3,22580	„	900	„
5 *Fs*	1,61290	3 Tausendl.	900	„

Das Gewicht dieser Münzen, nach Abzug der Toleranz ist demnach:

100 *Fs* = 32,19354 g
50 „ = 16,09677 „
20 „ = 6,43871 „
10 „ = 3,21935 „
5 „ = 1,60967 „

Diese Münzen werden an allen öffentlichen Kassen der Vertragsstaaten so lange angenommen, als das Gewicht nicht um $\frac{1}{2}$ % oder mehr hinter dem um die Toleranz verminderten Normalgewicht zurückbleibt. Obige Münzen haben daher das Passirgewicht bei den öffentlichen Kassen nicht mehr, wenn sie wiegen:

100 *Fs* = 32,03257 g
50 „ = 16,01628 „
20 „ = 6,40651 „
10 „ = 3,20325 „
5 „ = 1,60162 „

B. Silbercurrentmünzen.

Aus 1 kg Silber, bestehend aus $\frac{9}{10}$ Silber und $\frac{1}{10}$

Kupfer, werden 200 *Fs* geprägt, daher sind 222$\frac{2}{9}$ *Fs* = 1 kg Feinsilber.

Zwangscoursverhältniß zwischen Silber und Gold = 1 : 15,5.

Geprägt werden 5-*Fs*-Stücke; Gewicht = 25 g;
Gewichtstoleranz = 3 T.; Feinheit = 900; Feinheitstoleranz = 2 T.;
Gewicht nach Abzug der Toleranz = 24,925 g.

Die Annahme der 5 *Fs*-Stücke erfolgt bei allen öffentlichen Kassen der Vertragsstaaten so lange, als das Gewicht nicht um 1 % und mehr hinter dem um die Toleranz verminderten Normalgewicht zurückbleibt. Das 5-*Fs*-Stück hat also das Passirgewicht bei den öffentlichen Kassen nicht mehr, wenn dasselbe 24,67575 g wiegt.

C. Scheidemünzen in Silber.

Aus 1 kg Münzsilber, bestehend aus $\frac{835}{1000}$ Silber und $\frac{165}{1000}$ Kupfer werden 200 *Fs* geprägt; daher sind 239 $\frac{87}{167}$ *Fs* = 1 kg Feinsilber.

Geprägt werden: Stücke à 2, 1, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{5}$ *Fr* mit einem Normalgewicht von 5 g per *Fr* und einer Feinheit = 835.

Toleranz am Gewichte bei 2 *Fs*- und 1 *Fr*-Stücken	= 5 T.
" $\frac{1}{2}$ *Fr*	= 7 "
" $\frac{1}{5}$ *Fr*	= 10 "

Toleranz an der Feinheit = 3 T.

Nach Abzug der Toleranz beträgt das Gewicht für

das 2-*Fs*-Stück	= 9,95	g
" 1-*Fr* "	= 4,975	"
" $\frac{1}{2}$ " "	= 2,4825	"
" $\frac{1}{5}$ " "	= 0,99	"

Die Annahme dieser Scheidemünzen erfolgt bei den öffentlichen Kassen sämmtlicher Staaten (bis zum Betrag von 100 *Fs*), so lange das Gewicht derselben nicht um 5 % und mehr hinter dem um die Toleranz verminderten Normalgewicht zurückbleibt. Obige Stücke haben also das Passirgewicht bei den öffentlichen Kassen nicht mehr, wenn sie wiegen:

2 *Fs*	=	9,4525	g
1 *Fr*	=	4,72625	„
½ „	=	2,358375	„
⅕ „	=	0,9405	„

Die Ausprägung von Münzen aus unedlem Metalle wird durch diesen Münzvertrag nicht vorgeschrieben, bleibt also jedem einzelnen Staate vorbehalten.

Anmerkung. Griechenland ist dem lateinischen Münzvertrag im Jahre 1868 beigetreten. Spanien richtet sich nach den wesentlichsten Bestimmungen des Vertrages, ohne demselben formell beigetreten zu sein. Rumänien und Serbien rechnen ebenfalls nach *Fs* (siehe jedoch die Anmerkung 7 in § 97).

g) Die scandinavische Münzconvention vom 18. December 1872, abgeschlossen zwischen Dänemark, Schweden und Norwegen.*)

§ 90. Die wichtigsten Bestimmungen dieses Vertrages sind folgende:

Die Rechnungseinheit ist die Krone = 100 Oere Goldwährung. 2480 Kronen = 1 Kilogramm Feingold.

---

*) Angenommen vom dänischen Reichstage am 27. März 1873, vom schwedischen am 19. April 1873 und vom norwegischen im April 1875.

Geprägt werden:

A. Goldmünzen.

124 Stück à 20 Kronen oder 248 „ à 10 „	aus 1 kg Feingold.

Die Feinheit der Goldmünzen ist 90 Hundertel. Das Remedium im Mehr oder Weniger beträgt

a) in der Feinheit 0,15 Hundertel;

b) im Gewicht $1\frac{1}{2}$ ‰ beim 20-Kronenstück, 2 ‰ beim 10-Kronenstück, bei beiden Sorten in Partien von 10 Kilogramm rauh 5 g = $\frac{1}{2}$ ‰.

Die Annahme der beiden Goldmünzen erfolgt bei den Staatskassen so lange, als das Gewicht nicht um 2 % und mehr hinter dem um die Toleranz verminderten Normalgewicht zurückbleibt.

Da 2790 deutsche Mark 1 kg Feingold enthalten, so sind 2480 Kronen = 2790 Mark, daher

20 Kronen = 22,50 Mark
10 Kronen = 11,25 „
8 Kronen = 9 „
1 Krone = 1,125 „

Das 20-Kronenstück enthält $\frac{1000}{124} = 8{,}06451$ g f. G.

das 10-Kronenstück „ $\frac{1000}{248} = 4{,}03225$ „ „

das 20-Kronenstück wiegt $\frac{1000}{124 \,.\, 0{,}9} = 8{,}9606$ „

das 10-Kronenstück „ $\frac{1000}{248 \,.\, 0{,}9} = 4{,}4803$ „

B. Scheidemünzen.

a) in Silber können geprägt werden:

1) Stücke von 2 Kronen, 1 Krone, 50 und 40 Oere, und zwar nach dem Maßstab: $166\frac{2}{3}$ Kronen = 1 Kilogramm Feinsilber.

Gewicht der beiden ersten 7,5 g per Krone,
Feinheit 80 Hundertel.
Gewicht der beiden letzten Stücke 5 und 4 g.
Feinheit 60 Hundertel.

2) Stücke von 25 Oere nach dem Verhältniß 172,1763 Kronen = 1 Kilogramm Feinsilber.

Gewicht = 2,42 g, Feinheit = 60 H.

3) Stücke von 10 Oere nach dem Verhältniß: $208\frac{1}{3}$ Kronen = 1 Kilogramm Feinsilber.

Gewicht = 1,44 g, Feinheit = $33\frac{1}{3}$ H.
Remedium im Mehr oder weniger

α) in der Feinheit bei allen Silbermünzen = 0,3 H.
β) im Gewicht bei den 2-Kronenstücken 3 ‰,
„ „ 1 „ 5 ‰,
„ „ kilogrammweise zu justirenden 50-, 40-, 25- und 10-Oerestücken 6; 6; 10 und 15‰.

b) In Bronce (bestehend aus 95 % Kupfer, 4 % Zinn, 1 % Zink) können geprägt werden:

Stücke zu 5 Oere ($6\frac{1}{4}$ Kronen 1 Kilogramm schwer), zu 2 und 1 Oere (5 Kronen 1 Kilogramm schwer).

Es wiegen daher 125 St. à 5, oder 250 St. à 2, oder 500 St. à 1 Oere je 1 kg.

h) Berechnungen
über die gesetzlichen Ausprägungsverhältnisse der Münzen.

§ 91. Bezeichnet

E die Münzgewichtseinheit,
s das Schrot (Bruttogewicht) einer Münze,

k das Korn (Nettogewicht) einer Münze,

f die Feinheit „ „

N die Anzahl der Münzstücke, entsprechend der Gewichtseinheit feinen Metalls,

n die Anzahl der Münzstücke, entsprechend der Gewichtseinheit legirten Metalls,

so ergeben sich folgende, durch einfache Schlüsse leicht abzuleitende Gleichungen:

$$1)\ E = n \,.\, s$$

$$2)\ s = \frac{E}{n}$$

$$3)\ k = \frac{E}{N}$$

$$4)\ f = \frac{k}{s} = \frac{n}{N}$$

$$5)\ N = \frac{E}{k}$$

$$6)\ n = \frac{E}{s}$$

§ 92. Beispiele.

1) Im deutschen Münzsystem sind für das Zehnmarkstück folgende Werte vorgeschrieben:

$$E = 500 \text{ g}$$
$$N = 139{,}5$$
$$n = 122{,}55$$

Hieraus folgt nach obigen Gleichungen:

$$s = \frac{E}{n} = \frac{500}{125{,}55} = 3{,}98248 \text{ g (Schrot)};$$

$$k = \frac{E}{N} = \frac{500}{139{,}5} = 3{,}58423 \text{ g (Korn)};$$

$$f = \frac{n}{N} = \frac{125{,}55}{139{,}5} = \frac{9}{10} \text{ (Feinheit).}$$

2) Im Franc-System gelten für das 20-Francstück folgende feste Werte:

$$E = 1000 \text{ g}$$
$$k = 5\tfrac{25}{31} \text{ g}$$
$$f = 0{,}9$$

Daher ist:

$$N = \frac{E}{k} = \frac{1000}{5\frac{25}{31}} = 172\tfrac{2}{9}$$ (Stücke à 20 *Fs* enthalten 1 kg Feingold);

$$n = f \, . \, N = 0{,}9 \, . \, 172\tfrac{2}{9} = 155$$ (St. à 20 *Fs* wiegen 1 kg)

3) Für das 20-Kronenstück der scandinavischen Münzconvention ist vorgeschrieben:

$$N = 124$$
$$f = 0{,}9$$
$$k = 8\tfrac{2}{31} \text{ g}$$

Mit diesen Zahlen findet man:

$$E = k \, . \, N = 8\tfrac{2}{31} \, . \, 124$$
$$= 1000 \text{ g}$$ (enthält die Einheit des Münzgewichts).

$$n = f \, . \, N = 0{,}9 \, . \, 124$$
$$= 111{,}6$$ (St. à 20 Kronen wiegen 1 kg)

4) Für das deutsche Talerstück war vorgeschrieben:

$$E = 233{,}8555 \text{ g}$$ (= 1 Vereinsmark)
$$N = 14$$
$$f = 14\tfrac{2}{5} \text{ lötig} = 0{,}9 \text{ fein.}$$

Hieraus ergibt sich:

$$k = \frac{E}{N} = \frac{233,8555}{14} = 16,704 \text{ g (Korn)};$$

$n = f . N = 0,9 . 14 = 12,6$ (Stücke à 1 Taler waren eine feine Mark schwer);

$$s = \frac{E}{n} = \frac{223,8555}{12,6} = 18,560 \text{ g (Schrot)}.$$

Im 30-Talerfuß war für das Talerstück vorgeschrieben:

$$E = 500 \text{ g}$$
$$N = 30$$
$$f = 0,9$$

Hieraus ergibt sich:

$$k = \frac{E}{N} = \frac{500}{30} = 16\tfrac{2}{3} \text{ g (Korn)};$$

$n = f . N = 0,9 . 30 = 27$ (St. à 1 Taler waren 500 g schwer);

$$s = \frac{E}{n} = \frac{500}{27} = 18\tfrac{14}{27} \text{ g (Schrot)}.$$

Anmerkung. Hieraus folgt, dass der Taler des 14-Talerfußes um 16,704 — 16,667 = 0,037 g Feinsilber mehr enthielt, als der des 30-Talerfußes, dass also letzterer um 0,22‰ geringhaltiger war als ersterer.

i) Berechnung des Wertes der Münzen.

§ 93. Soll der Metallwert einer Gold- oder Silbermünze ermittelt werden, so muss ihr Gehalt an Feinmetall, sowie der jeweilige Marktpreis der Gewichtseinheit Goldes und Silbers bekannt sein. Hiebei wird der Wert des zur Legirung verwendeten unedlen Metalls (z. B. des Kupfers) ganz außer Betracht gelassen, z. B.

1) Welches ist der Metallwert des deutschen Talers

(30 = 1 *Pfd.* fein) im Januar 1878 gewesen, wenn der Marktpreis des Silbers damals zu 80,1 *M.* per *Pfd.* fein notirt war?

Auflösung. Ein Taler hat $\frac{1}{30}$ *Pfd.* Feinsilber, daher 80,1 : 30 = 8,01 : 3 = 2,67 *M.*

2) Welches ist der Metallwert des 20-Markstückes in Frankreich, wenn der Marktpreis des Goldes per Kilogramm fein mit 3434,44 *Fs* fest mit $\frac{1}{2}$ ‰ prime notirt ist?

Auflösung.

Das 20-Markstück enthält $\frac{500}{69{,}75}$ g $= \frac{1}{2 \cdot 69{,}75}$ kg Feing.;

daher ist dessen Wert in *Fs* $= \frac{3434{,}44}{2 \cdot 69{,}75} = 24{,}619$ *Fs*

$+ \frac{1}{2}$ ‰ prime = 0,012

24,631 *Fs.*

3) Auf wieviel deutsche Mark berechnet sich der Wert eines Sovereign, wenn vorschriftsmäßig 1869 £ $\frac{11}{12}$ fein, ein Gewicht von 40 Troypfund haben und die Unze Standardgold 77 s 9 d gilt?

Aufl. 1 Sovereign enthält $\frac{40 \cdot 12}{1869}$ Unz. Standardgold,

1 Unze Standardgold ist $\frac{77{,}75 \cdot 20{,}429}{20}$ *M.* wert,

daher ist der Wert eines Sovereign

$$= \frac{40 \cdot 12}{1869} \cdot \frac{77{,}75 \cdot 20{,}429}{20} = 20{,}396 \text{ M.}$$

Anmerkung. Nach der Kettenregel würde die Aufgabe in folgender Weise zu lösen sein:

$$
\begin{aligned}
x \text{ M.} &= 1 \text{ £} \\
1869 &= 40 \text{ ℔. rauh;} \\
1 &= 12 \text{ oz} \\
1 &= 77{,}75 \text{ s} \\
20 &= 1 \text{ £} \\
1 &= 20{,}429 \text{ M.} \\
\hline
x &= 20{,}396 \text{ M.}
\end{aligned}
$$

4) Welchen Wert in Mark hat ein Handelsdollar im Gewichte von 420 Troygrains à 0,9 feines Silber, wenn die Unze Standardsilber in London mit $52\frac{1}{2}$ d notirt ist? (1869 £ = 40 Troy-℔. Standardgold; 1 Troy-℔. = 373,242 g) *)

Auflösung. Das Standardgold ist $\frac{11}{12}$ fein,
das Standardsilber ist $\frac{37}{40}$ fein,
1 Troy-℔. = 12 oz = 5760 grs.

Mittels Kettenregel ergibt sich nun folgender Ansatz:

$$
\begin{aligned}
x \text{ M.} &= 420 \,.\, 0{,}9 \text{ grs f. Silber;} \\
480 &= 1 \text{ oz f. Silber;} \\
37 &= 40 \text{ Standardsilber;} \\
1 &= 52{,}5 \text{ d} \\
240 &= 1 \text{ £} \\
1869 &= 40 \,.\, 373{,}242 \text{ g Gold rauh;} \\
12 &= 11 \text{ g f. Gold;} \\
500 &= 1395 \text{ M.}
\end{aligned}
$$

$$
x = \frac{420 \,.\, 0{,}9 \,.\, 40 \,.\, 52{,}5 \,.\, 40 \,.\, 373{,}242 \,.\, 11 \,.\, 1395}{480 \,.\, 37 \,.\, 240 \,.\, 1869 \,.\, 12 \,.\, 500}
$$

$= 3{,}8046$ M.

§ 94. Der Metallwert einer Münze kann auch auf

*) Absolutorialaufgabe für die bayer. Handelsabteilungen im Jahre 1877.

Grund der **gesetzlichen Ausprägungsverhältnisse** angegeben werden.

Wird der Metallwert einer inländischen Münze in der Währung (Valuta) eines fremden Landes bestimmt oder umgekehrt, so erhält man das sog. **Münzpari** der beiden Länder.

Beispiele.

1) Welchen Wert hat das skandinavische 20-Kronenstück in Mark, wenn die gesetzlichen Ausprägungsverhältnisse (2480 Kronen = 1 kg Feingold; Feinheit $\frac{9}{10}$) zu Grunde gelegt und das Remedium (in der Feinheit = 0,15 Hundertel, im Gewichte = $1\frac{1}{2}$ pro mille) berücksichtigt wird?

Auflösung.

$$\begin{array}{rl} x\ \mathcal{M} & = 1\ \text{St.} \\ 124 & = 998{,}5\ \text{g rauh} \\ 1000 & = 998{,}5\ \text{g fein} \\ 500 & = 1395\ \mathcal{M} \\ \hline x & = 22{,}43255\ \mathcal{M} \end{array}$$

2) Welches ist das Münzpari zwischen Francs und skandinavischen Kronen?

Auflösung. $3444\frac{4}{9}\ Fs = 1$ kg Feingold,
2480 Kr. = 1 „ „ ; daher

$$1\ Fr = \frac{2480}{3444\frac{4}{9}} = 0{,}72\ \text{Kr.}$$

$$1\ \text{Kr.} = \frac{3444\frac{4}{9}}{2480} = 1\tfrac{7}{18}\ Fs$$

3) Welches ist das Münzpari zwischen Dollar und Pfund Sterling?

Auflösung. 332,3073 \$ = 1 *U.* Feingold,
68,2838 £ = 1 *U.* „

$$\text{daher } 1\ \$ = \frac{68{,}2838}{332{,}3073} = 0{,}20548\ £$$

$$= 49{,}315\ d$$

$$1\ £ = \frac{332{,}3073}{68{,}2838} = 4{,}86656\ \$$$

§ 95. Das Wertverhältniß zwischen den ausländischen Goldmünzen und den Goldmünzen der deutschen Reichwährung ergibt sich aus der Vergleichung des Gehalts beider an feinem Golde.

500 g Feingold entsprechen einem Werte von 1395 Mark, mithin 1 g Feingold = 2,79 *M.*

Das Wertverhältniß der ausländischen Silbermünzen und der Goldmünzen des deutschen Reichs läßt sich aus dem Gehalt beider an feinem Metall deshalb nicht für immer feststellen, weil das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold überhaupt nicht fixirt ist. Mit Einführung der Goldwährung in Deutschland ist das Silber in Zukunft nicht mehr als Geld, sondern lediglich als Waare zu betrachten, deren Preis fortwährend steigt und fällt. Die ausländischen Silbermünzen können also fortan in Deutschland nur den Wert haben, den das in ihnen enthaltene Feinsilber nach dem jedesmaligen Marktpreise hat.

Umgekehrt richtet sich der Wert der neuen deutschen Goldmünzen in den Ländern mit Silberwährung nach dem jedesmaligen Silberpreise. Eine Anzahl deutscher Zehn- oder Zwanzigmarkstücke gilt dort gerade soviel, als das Silber, das man in dem betreffenden Zeitpunkte dafür einkaufen kann.

Da nach Art. 1 des deutschen Münzgesetzes vom 9. Juli 1873 an die Stelle der in Deutschland bisher geltenden Landeswährungen die *Reichsgoldwährung* getreten ist, so darf der Wert der Rechnungseinheiten außerdeutscher Länder nur aus den *Goldmünzen*, *nicht aber aus den Silbermünzen* dieser Länder abgeleitet werden.

§ 96. In der nachfolgenden Zusammenstellung sind den Berechnungen die Werte

500 g Feingold = 1395 Mark oder
1000 g „ = 2790 „

zu Grunde gelegt. Die hier aufgestellten Münzwerte stellen nur den *reinen Metallwert* (ohne Rücksicht auf das Remedium) des in den betreffenden Münzen enthaltenen feinen Metalles — entsprechend den gesetzlichen Ausprägungsverhältnissen, — nicht aber die hievon abweichenden durch die Verkehrsverhältnisse bedingten *veränderlichen* Handels- oder Courswerte vor.

1) *Brasilien.* Man rechnet nach Réis in *Papierwährung.*

1000 Réis = 1 Milréis.
608,4373 Milréis = 1 ℔. f. Gold, daher

$$1 \text{ Milréis} = \frac{1395}{608{,}4373} = 2{,}2928 \text{ ℳ.},$$

$$1 \text{ Mark} = \frac{608{,}4373}{1395} = 0{,}43616 \text{ Milréis.}$$

10 „ = 4,36 Milréis.
20 „ = 8,72 „

2) *Frankreich.* Man rechnet nach Francs à 100 Centimes in *Doppelwährung.*

Nach dem Münzgesetz vom 23. März 1803 werden

aus 1 kg Gold von $\frac{9}{10}$ Feinheit 3100 *Fs* geprägt; daher enthalten $3444\frac{4}{9}$ *Fs* = 1 kg Feingold, mithin

$$1\ Fr = \frac{2790}{3444\frac{4}{9}} = 0{,}81\ M.$$

$$1\ \text{Mark} = \frac{3444\frac{4}{9}}{2790} = 1{,}2345679\ Fs.$$

10 „ = 12,35 *Fs*
20 „ = 24,69 „

Rechnet man aber, wie es gewöhnlich geschieht, den Franc zu 0,80 *M.*, so erhält man folgende bequemeren Werte:

1 Mark = 1,25 *Fs*
10 „ = 12,50 „
20 „ = 25 „

Da nach dem oben erwähnten Gesetze aus 1 kg Silber von $\frac{9}{10}$ Feinheit 200 Francs, mithin aus 1 kg Feinsilber $222\frac{2}{9}$ *Fs* geprägt werden, so ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold $222\frac{2}{9} : 3444\frac{4}{9}$ oder
1 : 15,5

Anmerkung. 1) Da das Bruttogewicht des Silberfranc gesetzlich 5 g beträgt, so können im Notfalle die Silbermünzen als Gewichte benützt werden. Es wiegen nämlich
200 Stück à 1 *Fr* = 1 Kilogramm,
100 „ à 2 *Fs* = 1 „
40 „ à 5 „ = 1 „

2) Man erhält genau 1 Meter, wenn man in gerader Linie aneinander legt:

a) 20 St. à 2 Francs und 20 St. à 1 Franc, oder
b) 10 St. à 5 Francs und 11 St. à 2 Francs.

3) Großbritannien. In England rechnet man

nach **Pfund Sterling** (Livre Sterling; £) = 20 Schilling (s od. sh) à 12 Pence (d) **Goldwährung**.

Aus 1 Unze Standardgold werden $77\frac{7}{8}$ s Gold geprägt, daher enhalten

68,2838 £ = 1 *Pfd.* Feingold, mithin ist:

$$1 \text{ £} = \frac{1395}{68{,}2838} = 20{,}429 \text{ ℳ}$$

$$1 \text{ s} = \frac{20{,}429}{20} = 1{,}0214 \text{ ℳ}$$

$$1 \text{ d} = \frac{1{,}0214}{12} = 0{,}085 \text{ ℳ}$$

$$1 \text{ ℳ} = \frac{68{,}2838}{1395} = 0{,}048949 \text{ £}$$

10 ℳ = 0,48949 £ = 9,7898 s = 9 s 9,4776 d
20 „ = 0,97898 £ = 19,5796 s = 19 s 6,9552 d.

Aus 1 Unze Standardsilber werden gesetzlich 66 d geprägt, daher ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold (vergl. § 71 und § 79 Beisp. 6.)

$$\tfrac{66}{12} \cdot \tfrac{40}{37} : 77\tfrac{7}{8} \cdot \tfrac{12}{11} \text{ oder}$$
$$1 : 14{,}2878$$

4) **Niederlande.** Man rechnet nach **Gulden** à 100 Cents **Doppelwährung**.

826,7196 holl. Gulden = 1 *Pfd.* Feingold, daher

$$1 \text{ Gulden} = \frac{1395}{826{,}7196} = 1{,}68739 \text{ Mark}$$

$$1 \text{ Mark} = \frac{826{,}7196}{1395} = 0{,}59263 \text{ Gulden.}$$

10 Mark = 5,9263 Gulden
20 „ = 11,8526 „

Aus einem Pfunde (= 500 g) Feinsilber wurden bisher 52,9101 Gulden geprägt, daher ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold

$$52{,}9101 : 826{,}7191 \text{ oder}$$
$$1 : 15\tfrac{5}{8}$$

Anmerkung. Holland war am 23. Juni 1850 von der Alternativ- oder Doppelwährung zur reinen Silberwährung übergegangen. Nach dem Gesetz vom 1. Juli 1875 werden jedoch wieder Courantmünzen in Gold geprägt und steht Holland im Begriff, die reine Goldwährung einzuführen.

5) Oesterreich-Ungarn. Man rechnet nach Gulden à 100 Kreuzer Doppelwährung, in Wirklichkeit Papierwährung.

Durch ein Gesetz vom 9. März 1870 werden in Oesterreich aus einem Münzpfund Gold $= \frac{1}{2}$ kg, bestehend aus $\frac{9}{10}$ Gold und $\frac{1}{10}$ Kupfer, folgende, mit dem Francsystem harmonirende Goldmünzen geprägt:

a) $77\frac{1}{2}$ Stück à 8 Gulden, oder
b) 155 „ à 4 „ also überhaupt 620 Goldgulden von $\frac{9}{10}$ Feinheit.

Auf das Pfund Feingold gehen daher:

a) $77\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{9} = 86\frac{1}{9}$ St. à 8 Gulden, oder
b) $155 \cdot \frac{10}{9} = 172\frac{2}{9}$ St. à 4 Gulden oder überhaupt $688\frac{8}{9}$ Goldgulden.

Daher gilt das österr. Achtguldenstück $= \dfrac{1395}{86\frac{1}{9}} = 16{,}2$ ℳ,

das österr. Vierguldenstück $= \dfrac{1395}{172\frac{2}{9}} = 8{,}1$ ℳ;

mithin

1 österr. Goldgulden $= \dfrac{8{,}1}{4} = 2{,}025$ ℳ.

Da 1 *Fr* = 0,81 *M.* ist, so ergibt sich sofort, daſs das Achtguldenstück = 20 *Fs* und das Vierguldenstück = 10 *Fs* wert ist, sowie daſs 10 österr. Goldgulden = 25 *Fs* sind.

Da 45 österr. Silbergulden aus einem Pfund Feinsilber geprägt werden, so ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold in Oesterreich 45 : 688$\frac{8}{9}$ oder 1 : 15,31

Der österreichische Papiergulden, das gewöhnliche Zahlungsmittel im öffentlichen Verkehr, hat im Inlande Zwangscours; außerhalb Oesterreich jedoch einen stets veränderlichen Wert. Im Juli 1878 galt derselbe in Frankfurt a/M. 1,74 *M.*

6) Portugal. Man rechnet nach Réis in Goldwährung.

1000 Réis = 1 Milréis,
307,5582 Milréis = 500 g Feingold, daher

$$1 \text{ „} = \frac{1395}{307,5582} = 4,5357 \; M.$$

$$1 \text{ Mark} = \frac{307,5582}{1395} = 0,22047 \text{ Milréis}.$$

10 „ = 2,2047 Milréis.
20 „ = 4,4094 „

Das silberne Halb-Milréis wiegt 12,5 g, das goldne Milréis 1,774 g; beide Münzen haben gleiche Feinheit, daher ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold

1,774 : 25 od. 1 : 14,09

7) Rußland. Man rechnet nach Rubeln à 100 Kopeken Doppelwährung, in Wirklichkeit Papierwährung.

429,25935 Rubel = 500 g Feingold, daher

$$1 \text{ Rubel} = \frac{1395}{429{,}25935} = 3{,}2497 \mathcal{M}.$$

$$1 \text{ Mark} = \frac{429{,}25935}{1395} = 0{,}3077 \text{ Rubel}$$

10 „ = 3,077 Rubel
20 „ = 6,154 „

Der Halbimperial enthält 135 Doli Feingold und ist gesetzlich zu 5,15 Silberrubel tarifirt; dieser hat 405 Doli Feinsilber, daher ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold

135 : 5,15 . 405 od. 1 : 15,45

Der russische Papierrubel, das gewöhnliche Zahlungsmittel im öffentlichen Verkehr, hat in Rußland Zwangscours, im Auslande dagegen einen stets veränderlichen Handelswert. In Berlin galt derselbe im Januar 1878 2,03 $\mathcal{M}$.

Finnland hat, obwohl ein Teil Rußlands, dennoch ein besonderes Münzsystem.

Man rechnet nach Mark zu 100 Penni.

Es werden geprägt in Gold Stücke zu 20 Mark und zu 10 Mark.

Das 20-Mark-Stück enthält $5\frac{25}{31}$ g Feingold, es gehen mithin $\frac{500}{5\frac{25}{31}} = 86\frac{1}{9}$ Stück à 20 Mark oder $1722\frac{2}{9}$ Stück à 1 Mark auf 1 Pfund Feingold.

Daher ist 1 finnische Mark = 1 Franc.

8) Skandinavische Länder (Schweden, Norwegen und Dänemark.)

In diesen Ländern rechnet man (siehe § 90) nach Kronen à 100 Oere Goldwährung.

$$\begin{aligned}
2480 \text{ Kronen} &= 1 \text{ kg Feingold, daher} \\
1 \text{ Krone} &= \frac{2790}{2480} = 1{,}125 \text{ M.} \\
10 \text{ Kronen} &= 11{,}25 \text{ M.} \\
20 \quad " \quad &= 22{,}50 \quad " \\
1 \text{ Mark} &= \tfrac{8}{9} \text{ Kronen,} \\
10 \quad " \quad &= 8\tfrac{8}{9} \quad " \\
20 \quad " \quad &= 17\tfrac{7}{9} \quad "
\end{aligned}$$

Aus 1 kg Feinsilber werden $166\frac{2}{3}$ Kr. geprägt; daher ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold

$$166\tfrac{2}{3} : 2480 \text{ oder } 1 : 14{,}88$$

9) Türkei. Man rechnet nach Piastern = 40 Para à 3 Asper, Doppelwährung.

$$\begin{aligned}
7564{,}4613 \text{ Piaster} &= 500 \text{ g Feingold, daher} \\
1 \quad " \quad &= \frac{1395}{7564{,}4613} = 0{,}1844 \text{ M.,} \\
1 \quad \text{Mark} &= \frac{7564{,}4613}{1395} = 5{,}4225 \text{ P.} \\
10 \quad " \quad &= 54{,}225 \text{ Piaster.} \\
20 \quad " \quad &= 108{,}450 \quad "
\end{aligned}$$

Die Türkei prägt aus einem Pfunde (= 500 g) Feinsilber 500,86 Silberpiaster, daher ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold

$$500{,}86 : 7564{,}4613 \text{ oder } 1 : 15{,}1.$$

10) Vereinigte Staaten von Nordamerika.

Man rechnet nach Dollars ($) 100 Cents (*cts*) Doppelwährung.

Das 10-Dollarstück (Eagle) wiegt 258 Troygrains und ist 900 fein, daher enthalten

$$332{,}3073 \text{ Dollars} = 500 \text{ g Feingold},$$

$$1 \text{ Dollar} = \frac{1395}{332{,}3073} = 4{,}1979 \text{ ℳ}.$$

$$1 \text{ Mark} = \frac{332{,}3073}{1395} = 0{,}2382 \text{ \$}$$

$$10 \quad „ \quad = 2{,}382 \text{ \$}$$

$$20 \quad „ \quad = 4{,}764 \text{ „}$$

Nach dem Gesetz vom 18. Januar 1837 wurden in Silber-Stücke zu 1 Dollar geprägt mit einem Gewichte von $412\frac{1}{2}$ Troygrains und einer Feinheit = 0,9; dieselben Silberdollars sind wiederholt durch eine im Februar 1878 beschlossene Silberbill als vollgiltige Zahlungsmittel neben den Golddollars erklärt worden.

Das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold berechnet sich in den vereinigten Staaten zu 25,8 : 412,5

oder $1 : 15\frac{85}{86}$

oder 1 : 15,988

Der Papierdollar, das gewöhnliche Zahlungsmittel im öffentlichen Verkehr, im Inlande dem Zwangscourse unterworfen, hat außerhalb der vereinigten Staaten einen stets veränderlichen Wert, der beispielsweise im Juli 1878 in Frankfurt a/M. zu 4,15 ℳ. notirt war.

§ 97. Uebersichtliche Zusammenstellung der Rechnungseinheiten verschiedener Länder.

Name des Landes.	Rechnungseinheit nebst deren Einteilung.	Stückzahl		Wert der Rechnungseinheit		
		auf 1 Münzpfd. Feingold.	auf 1 Münzpfd. Feinsilber.	in der deutschen Reichswährung.	im Franc-System.	im skandinavischen Münzsyst.
				Mark.	Francs	Kronen
Belgien	1 Franc = 100 Centimes	$1722\frac{2}{9}$	$111\frac{1}{9}$	0,81	1	0,72
Brasilien	1 Milréis = 1000 Réis	608,4373	—	2,292	2,83	2,038
Dänemark	1 Krone = 100 Oere	1240	—	1,125	1,388	1
Deutsches Reich	1 Mark = 100 Pfennige	1395	100	1	1,234	0,888
Finnland	1 Mark = 100 Penni	$1722\frac{2}{9}$	—	0,81	1	0,72
Frankreich	1 Franc = 100 Centimes	$1722\frac{2}{9}$	$111\frac{1}{9}$	0,81	1	0,72
Griechenland	1 Drachme = 100 Lepta	—	$111\frac{1}{9}$	0,81	1	0,72
Großbritannien	1 Pfd. St. = 20 Schill. à 12 Pence	68,2838	—	20,429	25,22	18,159
Italien	1 Lira nuova = 10 Centesimi	$1722\frac{2}{9}$	$111\frac{1}{9}$	0,81	1	0,72
Niederlande	1 Gulden = 100 Cents	826,7196	52,9101	1,687	2,083	1,499

				Mark.	Francs.	Kronen.
Norwegen	1 Krone = 100 Oere	1240	—	1,125	1,388	1
Oesterreich-Ungarn	1 Gulden = 100 Kreuzer	$688\frac{8}{9}$	45	2,025	2,5	1,80
Portugal	1 Milréis = 1000 Reis	307,5582	—	4,535	5,599	4,031
Rumänien	1 Lëu = 100 Bans	—	119,7605	0,751	0,927	0,668
Rußland	1 Rubel = 100 Kopeken	429,25935	27,78378	3,249	4,012	2,888
Schweden	1 Krone = 100 Oere	1240	—	1,125	1,388	1
Schweiz	wie Frankreich	—	—	—	—	—
Serbien	1 Dinar = 100 Para	—	119,7605	0,751	0,927	0,668
Spanien	1 Peseta = 100 Centimos	$1722\frac{2}{9}$	$111\frac{1}{9}$	0,81	1	0,72
Türkei	1 Piaster = 40 Para à 3 Asper	7564,4613	500,86	0,184	0,227	0,163
Vereinigte Staaten von Nordamerika	1 Dollar = 100 Cents	332,3073	$22\frac{2}{9}$	4,197	5,182	3,731

Erläuterungen zur bevorstehenden Tabelle.

1) Die reine Goldwährung ist in folgenden Ländern eingeführt:

Dänemark, Großbritannien, Portugal, Rumänien (im Großhandel).

2) Die reine Silberwährung haben: Griechenland, Rumänien (im gewöhnlichen Verkehr), Serbien.

3) Alternativwährung besteht in Belgien, Frankreich, Italien, Oesterreich-Ungarn, Rumänien (im Verkehr mit den Behörden), Rußland, Schweiz, Türkei.

4) Alternativwährung als Uebergang zur reinen Goldwährung haben:

Deutsches Reich, Niederlande, Norwegen, Schweden, Spanien.

5) Papierwährung bildet das gewöhnliche Zahlungsmittel in Brasilien, Italien, Oesterreich-Ungarn, Rußland, Türkei, Vereinigte Staaten von Nordamerika.

6) Die Werte der Rechnungseinheiten sind auf 3 Decimalstellen berechnet (nicht abgerundet) unter Zugrundlegung folgender Gleichungen:

1 Pfd. Feingold = 1395 *M* = $1722^2/_9$ *Fs* = 1240 Kr.; hieraus folgt, daſs 1 g Feingold = 2,79 *M* = $3^4/_9$ *Fs* = 2,48 Kr.

In den Ländern mit Alternativwährung ist der Wert der Rechnungseinheit aus den Goldmünzen abgeleitet. (Vergl. § 95).

7) Rumänien und Serbien haben zwar auch das Franc-System eingeführt; ihre Silbercourantmünzen sind jedoch nach dem Scheidemünzfuß der lateinischen Münzconvention (siehe § 89 C) ausgeprägt.

8) Griechenland, dessen Münzverhältnisse noch nicht vollkommen geordnet sind, indem noch viele ältere Münzen in Umlauf sind, hat nur die Silberwährung der lateinischen Münzconvention adoptirt. In obiger Tabelle ist angenommen, daſs $111^1/_9$ Silberfrancs einen Wert von 90 *M* haben, der allerdings von dem zur Zeit (Juni 1878) herrschenden Silberpreise (156 *M* = 1 kg Feinsilber) bedeutend abweicht.

§ 98. Münzreductionen nach festen Umrechnungswerten.

1) Wieviel Mark sind 246,4 südd. (holl.) Gulden?

Erste Aufl. 7 $fl. = 12$ M.,
1 „ $= \frac{12}{7}$ M.; daher sind
$$246{,}4 \text{ „} = \frac{246{,}4 \;.\; 12}{7} = 422{,}4 \text{ M.}$$

Zweite Aufl. 1 $fl. = \frac{12}{7}$ M. $= (2 - \frac{2}{7})$ M.

$$\begin{array}{rcl} 246{,}4 \;.\; 2 & = & 492{,}8 \text{ M.} \\ -\; 246{,}4 \;.\; \frac{2}{7} & = & 70{,}4 \text{ „} \\ \hline & & 422{,}4 \text{ M.} \end{array}$$

2) Wieviel südd. (holl.) Gulden sind 422,4 M.?

Erste Aufl. 1 M. $= \frac{7}{12}$ fl., daher sind
$$422{,}4 \text{ M.} = \frac{422{,}4 \;.\; 7}{12} = 246{,}4 \text{ fl.}$$

Zweite Aufl. Da $\frac{7}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12}$
$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \;.\; \frac{1}{2}$, so kann man auch zur Hälfte der Zahl der Gulden den sechsten Teil der Hälfte addiren.

$$\begin{array}{rl} 422{,}4 & \\ \hline 211{,}2 & = \frac{1}{2} \\ 35{,}2 & = \frac{1}{12} \\ \hline 246{,}4 & \text{fl.} \end{array}$$

3) 120,35 *Fs* sollen in Mark verwandelt werden.

Aufl. 1 *Fr* = 0,8 M.*), daher
120,35 *Fs* = 120,35 . 0,8 = 96,28 M.

4) 283,4 M. in Francs zu verwandeln.

Erste Aufl. 283,4 : 0,8 = 2834 : 8 = 354,25 *Fs*.

---

*) Vergl. § 96. Nr. 2.

Zweite Aufl. 283,4
$+\ 70,85$ (= $\frac{1}{4}$ von 283,4)
354,25 *Fs*

5) 174,8 *Fs* in österr. Gulden zu verwandeln.

Aufl. 10 *Fs* = 4 *fl.*,
1 *Fr* = 0,4 *fl.*, daher sind
174,8 *Fs* = 174,8 . 0,4 = 69,92 *fl.* ö.

6) 724,65 *fl.* ö. sind wieviel Francs?

Aufl. 4 *fl.* ö. = 10 *Fs*, daher sind

$$724{,}65\ fl.\ ö. = \frac{724{,}65\ .\ 10}{4} = \frac{7246{,}5}{4} = 1811{,}625\ Fs$$

7) 376,4 skandinavische Kronen sind
a) in Mark,
b) in Francs zu verwandeln.

Aufl. 2488 Kr. = 2790 *M.* = 3444$\frac{4}{9}$ *Fs*, daher
8 = 9 *M.* = 11$\frac{1}{9}$ *Fs*

a) 1 Kr. = $\frac{9}{8}$ *M.*
376,40
$+\ 47,05$ (= $\frac{1}{8}$)
423,45 *M.*

b) 72 Kr. = 100 *Fs*
1 Kr. = $\frac{100}{72}$ = 1$\frac{7}{18}$ *Fs*
376,40 (= 1)
125,47 (= $\frac{1}{3}$)
20,91 (= $\frac{1}{18}$)
522,78 *Fs*.

8) 586,8 *M.* sollen in skandinavische Kronen verwandelt werden.

Aufl. 1 *M.* = $\frac{8}{9}$ Kr., daher
586,8
$-\ 65,2$ (= $\frac{1}{9}$)
521,6 Kr.

9) 2786,5 *Fs* in skandinavische Kronen zu verwandeln.

Aufl. 100 *Fs* = 72 Kr.
1 *Fr* = 0,72 Kr., daher hat man:

2786,5 . 0,72
———
195055
55730
———
2006,280 Kr.

Anmerkung. Die gegenseitige Umrechnung der früheren deutschen Münzen, sowie die Verwandlung der letzteren in die Münzen eines außerdeutschen Münzsystems hat jetzt nach Einführung der deutschen Reichswährung keine Bedeutung mehr; die betreffenden Uebungen können deshalb künftig im Unterricht ganz unterbleiben.

§ 99. Aufgaben.

1) Aus Einem metrischen Pfunde Feinsilber wurden früher (nach dem Münzvertrag von 24. Januar 1857) geprägt:

30 Taler in Noddeutschland,
$52\frac{1}{2}$ Gulden in Süddeutschland,
45 Gulden in Oesterreich.

Wenn nun beim Uebergang zur Goldwährung das Verhältniß des Silbers zum Golde = 1 : 15,5 festgestellt wurde, so fragt sich:

a) Welchen Wert hat nunmehr 1 *tt.* Feingold in jedem dieser drei Münzfüße?

b) Wieviel Fünf-, Zehn- und Zwanzigmark-Stücke müssen demnach aus Einem Pfunde Feingold geprägt werden?

2) Aus Einem Pfunde Feingold werden gesetzlich geprägt:

a) 279 Stück à 5 ℳ,
b) 139,5 „ „ 10 „
c) 69,75 „ „ 20

Welches ist hiernach das Bruttogewicht (oder das Schrot) dieser drei Goldmünzen, wenn sie aus 9/10 feinem Golde bestehen?

3) Welches ist nach der vorigen Aufgabe das Gewicht des Feingoldes (oder das Korn) der drei deutschen Goldmünzen?

4) 125,55 Zehnmarkstücke wiegen 1 ℔.; wieviel Gramm Feingold enthält 1 Zehnmarkstück, wenn dasselbe aus 9/10 feinem Golde besteht?

5) 1395 ℳ. enthalten 1 ℔. Feingold, wieviel Gramm Gold muſs hienach das Zwanzigmarkstück gesetzlich enthalten?

6) Wieviel Feinsilber enthält das Fünfmarkstück, wenn aus 1 ℔. Feinsilber 20 Stücke geprägt werden?

7) Aus 1 ℔. Münzsilber, bestehend aus 9/10 Silber und 1/10 Kupfer, werden 18 Fünfmark- und 45 Zweimarkstücke geprägt. Wieviel Feinsilber enthält jedes dieser Geldstücke?

8) Aus 1 ℔. Feinsilber werden vorschriftsmäßig 200 Fünfzigpfennigstücke und 500 Zwanzigpfennigstücke geprägt. Wenn nun das Mischungsverhältniß der Silbermünzen zu 9/10 Silber und 1/10 Kupfer festgestellt ist, wieviel Gramm wiegt jedes dieser Münzstücke?

9) 62,775 Zwanzigmarkstücke wiegen 1 ℔. und 69¾ Stück enthalten 1 ℔. Feingold; wie fein ist das zu dieser Münze verwendete Gold?

10) 125,55 Zehnmarkstücke oder 62,775 Zwanzigmark-

stücke wiegen je 1 ℔. = 500 g. Wieviel Zehn- und Zwanzigmarkstücke enthalten 1 ℔. Feingold, wenn das Mischungsverhältniß der Münzen auf 900 Tausendel Gold und 100 Tausendel Kupfer festgestellt ist?

11) Wieviel Fünfmarkstücke werden aus Einem Münzpfunde Gold, bestehend aus $^{9}/_{10}$ Gold und $^{1}/_{10}$ Kupfer geprägt, wenn 279 Stück 1 ℔. Feingold enthalten müssen?

12) Nach gesetzlicher Vorschrift wiegt das Zweimarkstück $11^{1}/_{9}$ g; wieviel Zweimarkstücke gehen daher auf 1 ℔. Feinsilber?

13) Wieviel Fünfzigpfennigstücke gehen auf 1 ℔. Feinsilber, wenn 180 Stück 1 Münzpfund wiegen, das $^{9}/_{10}$ fein ist?

14) Aus einem Münzpfunde Feinsilber werden gesetzlich geprägt:

20	Stück	à 5	Mark,
50	„	à 2	„
100	„	à 1	„
200	„	à 50	Pfennig,
500	„	a 20	„

a) Welches ist der Rauhgewicht (Bruttogewicht),
b) der Feingehalt jedes dieser verschiedenen Münzstücke?

15) Das 5-Markstück wiegt $1\frac{2489}{2511}$ g
das 10 „ „ $3\frac{2467}{2511}$ „
das 20 „ „ $7\frac{2423}{2511}$ „

Der zehnte Teil dieses Gewichts besteht aus Kupfer; wieviel Gramm feines Silber hat jedes dieser Goldstücke? (4 Decimalst.)

16) Wie berechnet sich der genaue Wert eines Gold-Franc in südd. Kreuzern, Silbergroschen, öst. Kreuzern

und deutschen Pfennigen, wenn angenommen wird, dass $1722\frac{2}{9}$ Francs auf 1 ℔. Feingold und 52,5 fl. südd. = 30 Taler = 45 österr. Gulden auf 1 ℔. Feinsilber gerechnet werden?

17) Der Silberfranc, wie er jetzt (nach dem Münzvertag vom 23. Dec. 1865) geprägt wird, besitzt bei demselben Gewichte wie bisher (5 Gramm) nicht mehr die frühere Feinheit $^9/_{10}$, sondern wird aus 0,835 feinem Silber geprägt. Wieviel Einfrancsstücke gehen demnach jetzt auf ein metrisches Pfund Feinsilber?

18) Welches ist der genaue Wert eines Silberfranc in südd. Kreuzern, Silbergroschen, österr. Kreuzern und deutschen Pfennigen, wenn $119\frac{127}{167}$ Francs auf ein metrisches Pfund Feinsilber gerechnet werden? (Vergl. Aufg. 16 und 17.

19) Nach dem Gesetz vom 25. Mai 1864 müssen in Frankreich die 1 Franc-Stücke 5 g schwer und 835 fein sein.

a) Wieviel solcher Stücke gehen daher auf 1 ℔. Feinsilber?

b) Welches ist das Korn des 1-Francstückes?

20) Wieviel Francstücke können aus 1 kg Münzsilber, 0,835 fein, geprägt werden, wenn das Korn eines Stückes 4,175 g beträgt?

21) Nach dem Münzvertrag vom 23. Dec. 1865 werden nunmehr in Frankreich, Belgien, Italien und in der Schweiz die Zweifrancs-, Einfranc-, Fünfzigcentimes- und Zwanzigcentimes-Stücke zwar noch zu demselben Gewichte wie bisher (nämlich zu 10; 5; 2,5 und 1 g), aber nur 835 Tausendel fein geprägt. Wieviel Gramm Feinsilber enthält nun jedes dieser Münzstücke?

22) In Frankreich wurden bisher aus Einem Kilogramm Feinsilber $222\frac{2}{9}$ *Fs* und aus Einem Kilogramm Feingold $3444\frac{4}{9}$ *Fs* geprägt. Welches ist hiernach das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold?

23) Welches ist das Schrot des Zwanzigfrancs-Stückes, welches $^9/_{10}$ fein und 5,8065 g Feingold enthält?

24) Welches ist das Korn eines Zehnfrancs-Stückes, welches $^9/_{10}$ fein ist und wovon 310 Stück ein Kilogramm wiegen?

25) Welches ist der Wert eines Zwanzigfrancsstückes in deutscher Reichswährung, wenn gesetzlich 155 Stück aus Einem Kilogramm Münzgold à 900 fein geprägt werden?

26) Welches ist der Wert des deutschen Zwanzig- und Zehnmarkstückes a) in Goldfrancs, b) in englischen Schillingen Gold, c) in nordamerikanischen Golddollars? (Vergl. die Tabelle in § 97.)

27) Welches ist der Wert des 20-Francsstückes in Mark, wenn das Remedium von 2 Tausendteilen am Feingehalt und am Gewicht berücksichtigt und die gesetzlichen Ausprägungsverhältnisse zu Grunde gelegt werden?

($3444\frac{4}{9}$ *Fs* = 1 kg Feingold; 1395 *M.* = 500 g Feingold).

28) Das 20-Francs-Stück soll nach der gesetzlichen Ausprägung 6,45161 g wiegen. Die Gewichtstoleranz nach oben oder unten ist 2 Tausendteile. Das Gewicht der Münze darf im Verkehr nicht um $\frac{1}{2}$ % hinter dem um die Toleranz verminderten Normalgewicht zurückbleiben. Wann hat also das 20-Francsstück das Passirgewicht bei den öffentlichen Klassen nicht mehr? (5 Dec.)

29) Laut kais. Patent vom 19. Septb. 1857 wird in

Oesterreich eine Handelsmünze in Silber unter dem Namen Maria-Theresia- (oder Levantiner)-Taler geprägt, und zwar 10 Stück aus der Wiener köln. Mark f. S. (à 233,89 g). Ihre Feinheit ist 833⅓; wieviel solcher Taler gehen auf 1 Pfund Feinsilber und was wiegt 1 Stück?

30) Oesterreich prägt Dukaten, von denen 67 = 1 Wiener köln. Mark (233,89 g) Feingold enthalten; die Feinheit dieser Goldstücke ist 23⅔ Karat oder 986⅑ Tausendel.

a) Wieviel Dukaten gehen auf 1 Pfund Feingold?
b) Was wiegen 100 Stück?
c) Wieviel ist 1 St. wert, wenn 1 ℔. Gold = 1395 ℳ gerechnet wird?

31) Die österreichischen Silberscheidemünzen zu 20 Kreuzer sind (nach dem Gesetze vom 1. Juli 1868) 500 Tausendteile, die Zehnkreuzerstücke 400 T. fein. Es wiegen 187,5 Stück à 20 Kreuzer, oder
300 „ „ 10 Kreuzer je 1 ℔. = 500 g.

a) Wieviel dieser beiden Scheidemünzen sind aus Einem Pfund Feinsilber geprägt?
b) Wieviel Feinsilber enthält ein Zwanzig- und ein Zehnkreuzerstück?
c) Nach welchem Münzfuße sind diese Scheidemünzen geprägt?

(45 österr. Gulden = 1 ℔. Feinsilber.)

32) Nach dem Gesetz vom 9. März 1870 werden in Oesterreich aus Einem Münzpfund Gold = 1/2 Kilogramm, bestehend aus 9/10 Gold und 1/10 Kupfer folgende zwei Goldmünzen geprägt:

a) 77½ Stück à 8 Gulden,
b) 155 „ „ 4 „

Wieviel dieser zwei Goldstücke gehen daher auf 1 Pfund Feingold?

33) Welches ist in Oesterreich das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold, da bisher aus Einem Pfund Feinsilber 45 österr. Gulden geprägt wurden? (Vgl. die vorige Aufgabe.)

34) Man berechne mit Hilfe der Aufgaben 5, 16 u. 32 den Wert der österr. Acht- und Vierguldenstücke im Mark- und Francsystem.

35) Aus dem Münzpfunde (=500 g) Feinsilber werden nach gesetzlicher Vorschrift

in Deutschland 50 Stück à 2 ℳ,
in Oesterreich 45 „ „ 1 fl. geprägt.

a) Welches ist das Schrot des 2-Markstücks und des österr. Gulden, wenn beide Silbermünzen 0,9 fein sind?

b) Um wieviel Procent ist der österr. Gulden an Wert höher als das deutsche Zweimarkstück?

36) Der russische Halb-Imperial und der englische Sovereign sind beide $916\frac{2}{3}$ Tausendteile fein; der erstere wiegt aber 6,544, der letztere 7,988 g. Um wieviel Procent ist daher der Sovereign (Pfund Sterling) besser als der Halb-Imperial?

37) a) Wieviel österr. Gulden in Papier betragen 243 fl. 85 Xr. Silber à $12\frac{1}{2}$ % (d. h. 100 fl. Silber = $112\frac{1}{2}$ fl. Papier)?

b) Wieviel österr. Gulden Silber à $16\frac{2}{3}$ % sind 475 fl. in Banknoten?

38) Nach der Münzconvention vom 18. Decbr. 1872 zwischen Dänemark und Schweden ist die neue Rechnungseinheit die Krone. Geprägt werden aus Einem Kilogramm Feingold 124 Stück à 20 Kronen, 248 Stück à 10 Kronen. Die Feinheit ist 0,9. Welches ist hienach

a) der Wert dieser Goldmünzen im deutschen, französischen und englischen Münzsysteme?

b) der Wert der Rechnungseinheit (Krone) in diesen Münzsystemen?

c) das Gewicht der beiden Goldmünzen, in Gramm ausgedrückt?

39) Nach derselben Münzconvention werden in Silber geprägt: Zwei- und Einkronen-Stücke, erstere 15 g, letztere 7,5 g schwer und 0,8 fein. Wieviel Zwei- und Einkronen-Stücke gehen daher auf 1 kg Feinsilber?

40) 2480 skandinavische Kronen enthalten 1 kg fein Gold. Wieviel Gramm muss nun das 20-Kronenstück mindestens wiegen, wenn das Remedium im Gewicht bei dieser Münze $1^1/_2\,^0/_{00}$ betragen darf? (5 Dec.)

41) Der norwegische Speciesdaler war 775 fein und $9\frac{1}{4}$ Stück enthielten 1 kölnische Mark (233,8555 g) Feinsilber; a) welches war das Bruttogewicht des Speciesdalers; b) wieviel konnten aus 1 Pfund Feinsilber geprägt werden?

42) Ein Pfund Sterling wiegt 7,988 g und besteht aus $^{11}/_{12}$ oder $916\frac{2}{3}$ Tausendel feinem Golde. Welches ist der Wert dieser Goldmünze in deutscher Reichswährung (1395 Mark = 500 g Feingold)?

43) 1869 englische Pfund Sterling, wiegen 40 Troy-*℔.* (à 373,232 g) und sind aus $^{11}/_{12}$ feinem Golde geprägt; wieviel Pfund Sterling gehen daher auf 1 Zoll-*℔.* (= 500 g) Feingold?

44) Welches ist das Korn eines Pfund Sterling, welches $^{11}/_{12}$ fein ist und 7,988 g wiegt?

45) Wieviel Gramm wiegt 1 Pfund Sterling, wenn

68,284 £ ein Pfund Feingold enthalten und die Feinheit 11/12 ist?

46) 1 Sovereign wiegt $123\frac{1}{6}\frac{7}{2}\frac{1}{3}$ Troygrains, das Korn desselben ist $113\frac{}{6}\frac{1}{2}\frac{}{3}$ Trgrs; welches ist die Feinheit und das Bruttogewicht, letzeres in Gramm ausgedrückt?

(1 Troy-℔. = 5760 Grains = 373,242 g)

47) Mit Hilfe der vorausgehenden Aufgabe zu berechnen:

a) wieviel Sovereigns auf 1 Troy-℔. rauh,

b) wieviel auf 1 Troy-℔. fein gehen.

(Das Resultat ist in gemeinen Brüchen anzugeben).

48) Aus 1 Troy-℔. Standardgold werden in England $46\frac{29}{40}$ £ und aus 1 Troy-□ Unze Standardsilber werden 66 d geprägt. Wieviel Pfund Sterling gehen

a) auf 1 deutsches Pfund Feingold,

b) auf 1 deutsches Pfund Feinsilber?

49) Welchen Wert in Mark hat 1 Sovereign, wenn die Unze Standardgold mit 77 s 8 d notirt ist? (Vergl. § 93 Nr. 3)

50) Ein Dollar wiegt gesetzlich 25,8 Troygrän (à 0,064799 g) und besteht aus 9/10 feinem Golde. Wieviel Feingold enthält derselbe und wieviel Stück gehen auf 1 Münzpfund Feingold?

51) Der nordamerkanische Eagle (= 10 $ Gold) wiegt 258 Troy-Grains und ist 900 fein, wieviel Eagles enthalten 1 deutsches Pfund Feingold?

52) Die Hauptgoldmünze der vereinigten Staaten Nordamerika's ist das 5-Dollarstück (Half-Eagle); wieviel Gramm muss dasselbe schwer sein? (Vergl. die vorige Aufgabe).

53) Das nordamerikanische 50-Centstück wiegt 12,5 g, der nordam. Handelsdollar wiegt 420 Troygrains; beide Silbermünzen sind 900 fein.

a) Wieviel dieser beiden Münzen gehen je auf 1 deutsches Pfund Feinsilber?

b) Welches ist ihr Wert in Mark (90 ℳ = 1 ℔. Feinsilber).

54) Das Rauhgewicht eines holl. 10-fl.-Stückes ist 6,720 g; die Feinheit 900; wieviel holl. Gulden enthalten hiernach 1 ℔. f. Gold?

55) Der holländische Silbergulden ist 10 g schwer und 945 fein; welches ist (mit Rücksicht auf die vorige Aufgabe) in Holland das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold?

56) Die portugiesische Krone (= 10 Milréis) ist $916\frac{2}{3}$ fein und wiegt 17,735 g, wieviel solcher Goldmünzen gehen daher auf 1 ℔. (500 g) Feingold?

57) Durch ein Dekret des Königs Amadeus von Spanien vom 21. März 1871 wurde die Prägung goldener 25-Pesetastücke (1 Peseta = 1 Franc) entsprechend den Bestimmungen des Francs-Systems ($3444\frac{4}{9}$ *Fs* = 1 kg Feingold) angeordnet.

Welches ist

a) das Bruttogewicht einer solchen Münze;

b) das Gewicht derselben nach Abzug der 2 Tausendteile betragenden Gewichtstoleranz?

58) Der russische Halbimperial ist 6,54404 g schwer und 88 Solotnik fein;

a) wieviel Gramm Feingold enthält derselbe,

b) welches ist dessen Wert in Mark?

59) 27,7838 russische Silberrubel gehen auf 1 deutsches Münzpfund Feinsilber; welches ist hiernach der Wert eines Rubel in deutscher Reichswährung (90 Mark = 500 Gramm Feinsilber gerechnet)?

60) Die russischen Silbermünzen haben eine Feinheit von $83\frac{1}{3}$ Solotnik und es wiegen 100 Rubel = $5\frac{1}{16}$ russ. ℔. (à 409,51 g).

a) Wieviel Gramm wiegt das Rubelstück?

b) Wieviel Doli Feinsilber hat das 2-Rubelstück?

c) Wieviel Rubel enthalten 1 deutsches Pfund Feinsilber?

61) Der russische Halbimperial ist von der Probe 88 und enthält 135 Doli Feingold; der Silberrubel hat eine Feinheit von $83\frac{1}{3}$ Solotnik und 405 Doli Feinsilber.

a) Welches ist das Bruttogewicht des Halbimperial und des Silberrubel in Grammen?

b) Welches ist das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold, wenn der Halbimperial gesetzlich zu 5,15 Silberrubel tarifirt ist?

62) In England werden gesetzlich aus 40 ℔. (Troygewicht) Gold, $\frac{11}{12}$ fein, 1869 £ und aus 1 oz (Troygewicht) Silber, $\frac{37}{40}$ fein, 66 d geprägt. Welches ist demnach das Wertverhältniß zwischen Gold und Silber?

63) Nach der skandinavischen Münzconvention enthalten

2480 Kronen = 1 kg Feingold,

$116\frac{2}{3}$ „ = 1 kg Feinsilber. Welches ist hier das Verhältniß zwischen Gold und Silber?

64) In der Türkei enthalten 501,47 Piaster 1 ℔. Feinsilber, und 7564,46 Piaster 1 ℔. Feingold; welches ist das Verhältniß zwischen Gold und Silber?

65) In Calcutta (Britisch-Ostindien) rechnet man nach

Compagnie-Rupien Silberwährung. 1 Rupie enthält 165 Troygrains f. Silber und ist 916⅔ fein.

a) Wieviel Rupien enthalten 1 ℔. = 500 g Feinsilber,
b) welches ist das Bruttogewicht einer Rupie in Grammen?

66) Der ägyptische Silber-Piaster ist 900 fein und wiegt 1,25 g; wieviel Piaster enthalten 1 ℔. f. Silber?

67) Die ägyptische Lira (= 100 Goldpiaster) ist 875 fein und wiegt 8,5 g;

a) wieviel Goldpiaster enthalten 1 ℔. f. Gold;
b) welches ist in Aegypten das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold? (Vergl. die vorige Aufg.)

68) Man verwandle:

a) 582,4 *fl.* (südd.) in Mark,
b) 1289¾ *fl.* „ „ Mark,
c) 2735,6 *M.* „ südd. Gulden,
d) 8254,4 *M.* „ Francs,
e) 55,8 *fl.* ö. „ Francs,
f) 2163,5 *Fs* „ österr. Gulden,
g) 2763,75 *Fs* „ Mark.

69) Man berechne mit Hilfe der Tabelle in § 97:

a) wieviel Gramm Feingold die Rechnungseinheiten der Länder Frankreich, Großbritannien, Nordamerika und Portugal;
b) wieviel Gramm Feinsilber die Rechnungseinheiten der Länder Rußland und Türkei enthalten.

70) Der Wert eines Pfund Sterling soll

a) in skandin. Kronen,
b) in Dollars,
c) in Francs ausgedrückt werden. (Vergl. die Tabelle in § 97).

71) Der Wert eines Gold-Franc soll

a) in Pfund Sterling,

b) in Dollars,

c) in skand. Kronen ausgedrückt worden' (Vergl. die Tabelle in § 97).

72) Der Wert eines Dollar soll

a) in Pfund Sterling,

b) in Francs,

c) in skand. Kronen ausgedrückt worden; (Vergl. die Tabelle in § 97).

73) In Portugal sind die englischen Sovereigns als gesetzliches Zahlungsmittel zugelassen und zwar zu dem Werte von 4500 Réis. Welches Wertverhältniß besteht hiernach zwischen 1 Milréis und 1 Sovereign?

74) Das Korn des skandinavischen 20-Kronenstücks hat genau so viel Gramme als das Schrot des von dem internationalen Münzcongresse zu Paris im Jahre 1867 vorgeschlagenen 25-Francstückes erhalten sollte. Wenn nun beide Münzen $\frac{9}{10}$ fein sind, und 1 Kilogramm Feingold gesetzlich in $3444\frac{4}{9}$ Francs = 2480 Kronen enthalten ist, welches ist dann das Korn des 20-Kronenstücks und das Schrot des 25-Francstückes?

75) Der in den Vereinigten Staaten im Jahre 1878 wiedereingeführte Silberdollar ist derselbe, welcher durch ein Gesetz vom 18. Januar 1837 vorgeschrieben war. Sein Gewicht beträgt 412,5 Troygrains, die Feinheit ist 0,9.

a) Wieviel Stück gehen auf 1 ℔. Feinsilber?

b) Wieviel Gramm Feinsilber enthält dieser Silberdollar?

c) Welches ist dermalen in den Vereinigten Staaten das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold?

d) Welchem Londoner Silberpreis (per Unze Standardsilber) entspricht die Ausprägung des Dollars?

e) Um wieviel Procent ist der Silberdollar an Wert geringer als der Handels- (Trade-) Dollar (Vergl. § 93 Aufg. 4.)

f) Welchen Wert hat der Silberdollar in deutscher Reichswährung nach dem Marktpreise von 160 ℳ. per Kilogramm Feinsilber im Monat Mai 1878?

XIV. Vermischte Aufgaben.

§ 100. Die nachfolgenden Aufgaben erstrecken sich über sämmtliche vorausgehenden dreizehn Kapitel des zweiten Teils.

1 a) 1 ccm Silber wiegt 10,474 g, 1 ccm Nickel 8,279 g; wie groß muss ein Stück Nickel sein, wenn es ebensoviel wiegen soll, als 0,075 cdm Silber?

1 b) 1 cdm Marmor wiegt 2,77 kg; 1 cdm Sandstein 2,3 kg; wie groß ist ein Stück Marmor, welches ebensoviel wiegt als 1,5 cbm Sandstein?

2) Jemand kauft 3 Sorten Wein:
24 hl 75 l zum Preise 1 hl = 150 ℳ,
8 hl 5 l „ „ 1 l = 1 ℳ. 75 ₰
20 hl 60 l „ „ 1000 l = 2090 ℳ.

a) Wie hoch käme durchschnittlich 1 Liter, wenn die 3 Sorten gemischt würden?

b) Was muss er im ganzen bezahlen, wenn die Unkosten 15 ℳ. 67 ₰ betragen?

3) Mehrere zusammengehörige Grundstücke von 10,765 bayerischen Tagwerk Flächeninhalt wurden im Jahre 1873 um 20300 fl. (südd.) angekauft und im Jahre 1877, in

8 gleiche Bauplätze abgeteilt, um den Preis von 5 ℳ. per Quadratmeter wieder verkauft.

a) Wie groß war der erzielte Gesammtgewinn?
b) Wie viel Ar enthielt jeder einzelne Bauplatz?
c) Wie hoch berechnet sich ein solcher in Mark? (1 Tagw. = 3407 qm)

4 a) 1 Steften Wasser liefert per Minute 1,5 Liter. Wieviel Steften sind erforderlich, wenn ein Behälter von 1,8 m Länge, 15 m Breite und 1 m Tiefe in 10 Stunden gefüllt werden soll?

4 b) Wie lange wird es dauern, bis ein Bassin von 3 m Durchmesser und 0,8 m Tiefe durch 2,5 Steften Wasser gefüllt ist?

5) Der Flächeninhalt des Bodensee's (mit dem Untersee) beträgt nach neuester Vermessung 539 Quadratkilometer. Wenn man sich nun die gesammte Bevölkerung der Erde, zu 1397 Millionen Menschen angenommen *), auf diese Fläche gestellt denkt und für jede Person $\frac{1}{3}$ qm Platz rechnet, wieviel Hektar und Quadratmeter würden von der Fläche des See's dennoch leer bleiben, und wieviel Personen könnte man sich noch auf dem leeren Platze aufgestellt denken?

6) Ein Obsthändler hat zweierlei Sorten Aepfel, von jeder Sorte gleichviel. Von der besseren kann er 2 Stück zu 5 ₰, von der geringeren 3 St. zu 5 ₰ verkaufen. Statt dessen schüttet er beide Sorten zusammen und verkauft 5 St. zu 10 ₰ oder 1 St. zu 2 ₰ Wie müsste er in diesem Falle jedes Stück verkaufen, um dasselbe einzunehmen, als wenn er die zwei Sorten getrennt abgeben wollte?

---

*) Nach Seydlitz, Schulgeographie 1876.

7) Eine gewisse Arbeit wird von 5 Arbeitern in 30 Tagen, dagegen von 6 andern Arbeitern in 24 Tagen errichtet.

a) In wieviel Tagen können sämmtliche 11 Mann mit der betreffenden Arbeit fertig werden?

b) In welchem Verhältnisse stehen die Arbeitsleistungen der beiden Gruppen zu einander?

c) Welche Bedingung ist in der gestellten Aufgabe ohne Einfluss auf das Resultat in a, daher eigentlich überflüssig?

8) 9 Arbeiter hatten eine Arbeit in $1\frac{1}{2}$ Tagen ausgeführt; 5 andere hatten die nämliche Arbeit in $2\frac{1}{2}$ Tagen fertig gebracht; wie lange brauchen sie, wenn sie diese Arbeit zusammen ausführen und für den Tag 8 Stunden Arbeitszeit gerechnet werden?

Anmerkung. In dieser Aufgabe (gegeben bei der Schullehrer-Seminaraufnahmsprüfung zu Würzburg im Jahre 1876) sind wieder einige der gegebenen Zahlen zur Auflösung unnötig, worauf besonders zu achten ist.

9) Wird man Gas oder Petroleum zu einer gleich starken Erleuchtung eines Zimmers verwenden, wenn ihre Lichtstärken sich verhalten wie 100 : 15, wenn ferner pro Stunde und Flamme 0,1 cbm Gas verbraucht wird bei einem Preise von 30 *M.* per 100 cbm, wenn endlich 1 Liter Petroleum im Preise von 40 deutschen Pfennigen eine Flamme 15 Stunden lang unterhält?

10 a) Ein Baumstamm von 0,71 m Durchmesser und 16 m Länge soll in Bretter von 3 cm Dicke geschnitten werden; wieviel beträgt der Schneidelohn, wenn 1 m Schnittlänge mit 5 ₰ bezahlt und die Dicke des Sägeschnitts zu 4 mm angenommen wird?

Anmerkung. Jedes Brett, das letzte ausgenommen, hat einen Sägeschnitt von der angegebenen Dicke.

b) In welcher Zeit wird dieser Stamm geschnitten, wenn die Säge per Minute 60 Schnitte macht und bei jedem Schnitte 5 mm vorrückt? Für den Rücklauf der Säge werden per Meter 8 Secunden Zeit angenommen?

c) Diese Säge werde durch eine vierpferdige Dampfmaschine getrieben, welche täglich 12 Stunden arbeitet. Wieviel Kohlen hat dieselbe in 300 Arbeitstagen nötig, wenn die Maschine pro Pferd und Stunde 4,5 kg verbraucht, und was kosten diese Kohlen, wenn 1 Ctr mit 87 ₰ bezahlt wird?

Auflösung.

a) Zieht man 3 cm als Dicke des letzten Brettes vom Durchmesser 71 cm ab, so bleiben noch 68 cm übrig. Die übrigen Bretter haben mit Einrechnung des Sägeschnitts eine Dicke von 3,4 cm, daher erhält man 68 : 3,4 = 20, im ganzen also 21 Bretter von je 16 m Länge.

21 . 16 m = 336 m à 5 ₰ = 11,8 ℳ. Schneidelohn.

b) Die Säge macht beim Schneiden des ganzen Stammes einen Weg von 20 . 16 = 320 m.

Da sie in der Minute 60 . 5 = 300 mm zurücklegt, so beträgt die Schneidezeit 320000 : 300 = $1066\frac{2}{3}$ Minuten,
der Rücklauf erfordert 20 . 16 . 8 Sec. = $42\frac{2}{3}$ „

Gesammte Zeit = $1109\frac{1}{3}$ Min. = 18 Std. $29\frac{1}{3}$ Min.

c) Kohlenverbrauch per Stunde = 4 . 4,5 kg,
„ „ Tag = 4 . 4,5 . 12 kg,
„ in 300 Tg. = 4 . 4,5 . 12 . 300 kg.

$$\text{Kosten derselben} = \frac{4 \cdot 4{,}5 \cdot 12 \cdot 300}{50} \cdot 0{,}87$$

$$= 1127{,}52 \text{ ℳ.}$$

Anmerkung. Die Kosten des Kohlenbedarfs für obige 18 Std. $29\frac{1}{2}$ Min. ergeben demnach

$$\frac{4 \cdot 4{,}5 \cdot 18^{22}/_{45}}{50} \cdot 0{,}87 = 5{,}79 \text{ℳ}$$

11 a) In welcher Zeit kann mittels einer Mähmaschine das Getreide eines Ackers von 1 ha Fläche geschnitten werden, wenn die Maschine 1,5 m breit und per Minute 30 m Länge schneidet? Die Breite des Ackers sei 45 m und die Maschine bewegt sich parallel mit der längeren Seite desselben; zum Umwenden der Maschine sind jedesmal 2 Minuten Zeit erforderlich.

b) Wieviel ha solcher Aecker können in einem Arbeitstag à 10 Std. geschnitten werden?

c) Was kostet das Mähen des obigen Ackers von 1 ha Fläche durch die Maschine, wenn die Betriebskosten der letzteren per Tag 16 ℳ betragen?

d) Was würde 1 ha durch Handarbeit zu schneiden kosten, wenn 1 Arbeiter in einem Tag von 14 Arbeitsstunden 1 bayer. Tagwerk bewältigt und hiebei 3 ℳ für jeden Tag verdient? (1 ha = 2,935 Tagw.)

Auflösung.

a) Länge des Ackers $= \frac{10000}{45} = 222\frac{2}{9}$ m; die Maschine macht $\frac{45}{1{,}5} = 30$ Gänge von je $222\frac{2}{9}$ m Länge; zu jedem Gang braucht sie $\frac{222\frac{2}{9}}{30} = \frac{200}{27}$ Minuten; also zu 30 Gängen $= \frac{200 \cdot 30}{27} = 222\frac{2}{9}$ Minuten; Zeit zu 29maligem Umwenden $= 58$ „

$280\frac{2}{9}$ M. $=$ 4 Std. $40\frac{2}{9}$ M.

b) 10 Std. = 600 Minuten; 1 ha erfordert $280\frac{2}{9}$ Minuten Mähezeit, daher können täglich $\frac{600}{280\frac{2}{9}} = 2{,}14$ ha Fläche gemäht werden.

c) 2,14 ha Fläche zu mähen kosten 16 ℳ, daher kostet 1 ha $= \frac{16}{2{,}14} = 7{,}48$ ℳ.

d) 1 ha = 2,935 Tagw.

Zu 2,935 Tagw. sind 2,935 . 14 = 41,09 oder nahezu 41 Stunden Zeit erforderlich, dies gibt $\frac{41}{14}$ oder nahezu 3 Tage à 3 ℳ = 9 ℳ Arbeitslohn.

12) Eine sechspferdige Dampfdreschmaschine drischt täglich (à 10 Std.) durchschnittlich 220 hl Gerste. Wie hoch stellt sich der Dreschlohn per Hektoliter, wenn

a) die Verzinsung der Maschine 12 % des Anlagekapitals von 6400 ℳ betragen soll;

b) die Maschine zu ihrer Bedienung

1 Maschinisten mit 6 ℳ Taglohn,	notwendig hat;
2 Einleger mit je 3 ℳ "	
12 Taglöhner mit je 2 ℳ "	

c) die Maschine pro Pferd und Stunde 8 ℔. Kohlen braucht, von welcher 1 Ctr 1,2 ℳ kostet;

d) die Maschine täglich 5 ℔. Oel à 70 ₰ braucht;

e) die Reparaturkosten jährlich 400 ℳ betragen und

f) die Maschine im Jahr 100 Dreschtage arbeitet?

Auflösung.

a) Verzinsung auf einen der 100 Dreschtage $= \frac{64 \, . \, 12}{100}$

$= 7{,}68$ M.

b) Auslagen für Bedienung in 1 Tag
$= 6 + 6 + 24$ $= 36{,}00$ „

c) Kohlen in 10 Std. (1 Tg.) $= \frac{6 \cdot 80}{100} \cdot 1{,}2 = 5{,}76$ „

d) Oel täglich $5 \cdot 0{,}7$ $= 3{,}50$ „

e) Reparaturkosten auf einen der 100 Dreschtage $= \frac{400}{100}$ $= 4{,}00$ „

56,94 M.

220 hl Gerste zu dreschen kosten 56,94 M., daher

$$1 \text{ hl} = \frac{56{,}94}{220} = 0{,}258 \text{ M.}$$
$$= 26 \text{ ₰}$$

13) Um eine rückständige Schuld von 7875 südd. Gulden zu tilgen, überläſst ein Grundbesitzer seinem Gläubiger ein Grundstück von 1 ha und 8 a Fläche. Was hat der Gläubiger an den Grundbesitzer herauszuzahlen, wenn 1 a zu 125 M. angeschlagen wird?

14) Jemand muſste von 4200 M. Kapital für 5 Monate 97,5 M. Zins zahlen, und zwar wurden 2400 M. zu 6 % verzinst; wieviel Procent sind für die übrigen 1800 M. gerechnet worden?

15) A hat 1705 M. Güterstrichschillinge vom 21. März 1878 an in 5 Martinifristen (11. November) 1878 mit 1882 mit 5 % Zins zu erheben und verkauft dieses Guthaben am 21. März 1878 dem B gegen 6 % Abzug. Wieviel hat dieser am 11. November 1882 im ganzen gewonnen, wenn die Terminzahlungen nebst den angefallenen Zinsen regelmäßig entrichtet und die fälligen Summen sofort wieder à 5 % angelegt werden?

16) A und B kaufen ein Faſs Wein von 840 l um 75 M. per hl; die Unkosten betragen im Ganzen 5,6 M.

A nimmt 4,5 hl und B den Rest; wieviel hat jeder zu zahlen?

17) 18850 *Fs* sind unter vier Personen A, B, C, D so zu verteilen, dass A 5, B 7 Teile, C $8\frac{3}{4}$ % mehr als A, D aber $12\frac{1}{2}$ % weniger als B erhält. Wieviel trifft auf jeden Anteil?

18) Jemand kommt in Concurs.

Gläubiger	A	hat zu	fordern	210	M.
"	B	"	"	2670	"
"	C	"	"	4800	"

Aus der Versteigerung der Masse wurden nur 1968 M. gelöst.

a) Wieviel erhält nun jeder Gläubiger nach Verhältniß seiner Forderung?

b) Wieviel Procent bezahlt die Concursmasse aus, und wieviel Procent verlieren mithin die Gläubiger?

19) 58000 M. sind unter drei Kinder im Alter von 18, 16 und 12 Jahren im indirecten Verhältniß ihres Alters und unter zwei weitere Erben derart zu verteilen, dass der erste Erbe $4\frac{1}{6}$ % mehr als das älteste, der zweite Erbe aber $8\frac{1}{3}$ % weniger bekommt als das jüngste Kind. Die Gerichtstaxen betragen für ein Kind $\frac{5}{6}$ % und für einen Erben 5 % des betreffenden Anteils. Wieviel erhält nun jedes Kind und jeder Erbe nach Abzug dieser Taxen von obiger Erbschaftssumme?

20) A, B, C und D kaufen ein Prämienloos für 96 M. und gewinnen damit 5000 M.

---

*) Eine Absolutorialaufgabe der früheren bayer. Handelsabteilungen.

Nun hat B 6 ℳ mehr als A,
C 7 „ weniger „ B,
D 2 „ „ „ C
eingelegt. Wieviel erhält jeder von dem Gewinne?

21) Von einer Summe erhält

A) $\frac{1}{5}$ und 1000 ℳ,
B) $\frac{1}{6}$ „ 2000 „
C) $\frac{1}{3}$ „ 3000 „
D) den Rest mit 39000 ℳ.

Wie groß ist jene Summe?

22) Zwei Weinhändler kamen mit einem Weinproducenten überein, ihm sein ganzes aus zwei Qualitäten bestehendes Weinlager zu räumen. Die 115 hl Rotwein teilten sie gleichheitlich und von dem weißen nahm A 175 hl, B 262,5 hl. Wenn nun A im Ganzen 19150 ℳ und B 25275 ℳ bezahlt, wie teuer hatten sie 1 hl von jeder Qualität gekauft?

23) A, B und C legen zu einem gemeinschaftlichen Handel 15400 ℳ zusammen. A gibt die Hälfte dieser Summe, B 20 % mehr als C. Da sie das Geschäft nach $2\frac{1}{2}$ Jahren schließen, teilen sie den Gewinn von 3545 ℳ im Verhältniß ihrer Einlage, nachdem zuvor A und B für ihre Mehreinlagen die Zinsen à 2 % ihrer Einlagsummen davon abgezogen haben. Wieviel erhält nun jeder? *)

24) Wenn drei Kaufleute sich zu einem Handelsgeschäft derart vereinigen, daſs A 1500 ℳ, B 2400 ℳ, C 3000 ℳ zu demselben hergibt, A aber sein Geld zu $2\frac{1}{3}$ %, B zu $2\frac{1}{2}$ % anlegt und diese drei Personen nach

*) Abiturienten-Examen des Institutes zu Friedrichsdorf 1876.

einiger Zeit im Ganzen 1950 M. gewinnen, wobei der auf B fallende Gewinn 25 % seiner Einlage beträgt.

a) Wieviel gewinnt jeder?
b) Wie lange hat das Geschäft gedauert?
c) Wieviel Procent (per Jahr) gewinnt C? *)

25) Jemand kauft ein Haus unter der Bedingung, es so bezahlen zu dürfen, dass er alle Monat 2500 M. in 12 Raten abstoße. Durch besondere Verhältnisse ist er in der Lage, schon nach einem Monat 4000 M. und nach 3 Mt. 20000 M. abzutragen; für das Uebrige stellte er einen Wechsel aus. Auf wieviel Tage Ziel hat derselbe zu lauten, und mit welcher comptanten Zahlung kann ihn der Banquier bei $2\frac{1}{2}$ % Disconto einlösen? **)

26) Zum Ankauf eines Looses haben

A und B zusammen 55 M.,
B „ C „ 90 „
A „ C „ 75 „ eingelegt.

Sie gewinnen damit ein Haus, das ihnen jährlich 1500 M. Miete bringt, welche pünktlich in $^1/_4$ jährigen Raten bezahlt wird; die 1. Rate erfolgt am 1. Januar und wird, wie alle folgenden, sofort in Conto-Corrent mit halbjähriger Abrechnung mit 4 % bei der Volksbank angelegt. Nach Umfluss von zwei Jahren verkaufen sie das Haus um 25000 M. und legen dieses Capital sammt ihrem derzeitigen Saldoposten bei derselben Bank als Depositionsgelder auf 2 Jahre zu $4\frac{1}{2}$ % an, ohne die Zinsen zu erheben. Nun teilen sie ihr Gesammtguthaben; wieviel trifft auf jeden? **)

---

*) Abiturienten-Examen des Institutes zu Friedrichsdorf 1876.
**) Aus einem Einjährig-Freiwilligen-Examen zu Würzburg.

27) Ein Geschäftsmann hat bei einer Volksbank einen Conto-Corrent. Er macht in der ersten Hälfte des Jahres 1875 folgende Einzahlungen:

a) am 1. Januar 500 ℳ.
b) am 20. Februar 700 ℳ.
c) am 1. April eine vierprocentige Obligation à 1000 ℳ. zum Cours 80 mit ganzjährigem Zinscoupon vom 1. April,
d) am 10. Mai einen Wechsel von 1250 ℳ., fällig am 1. Oktober, welcher mit $4\frac{1}{2}$ % von der Bank discontirt wird.

Er erhält von der Bank baar:

a) am 15. März 700 ℳ.
b) am 1. Mai 1500 „

Wie stellt sich am 30. Juni der Saldo, wenn beiderseits $3\frac{1}{2}$ % gerechnet werden? *)

28) Jemand hat 5mal je am Ende eines Jahres 1000 ℳ. ohne Zins zu entrichten. Er ist jedoch schon am Ende des zweiten Jahres in der Lage, die ganze noch ausstehende Schuld abzutragen; wieviel hat er dann zu zahlen, wenn 5 % einfache Zinsen gerechnet werden?

29) 250 ℳ. haben 60 Tage lang,
480 „ „ 75 „ „
1350 „ „ 108 „ „ Zinsen getragen.

Letztere betragen zusammen 24,6 ℳ. Wieviel Mark Zinsen kommen auf jedes Kapital, und wieviel Procent sind gerechnet?

---

*) Aus einem Einjährig-Freiwilligen Examen zu Würzburg.

30) A nimmt am Ende jedes Jahres 1000 ℳ. ein und legt diese Summe jedesmal sofort zu 5 % auf Zinsen.

B legt ebenfalls am Ende des ersten Jahres 1000 ℳ. zu 5 % an und will am Ende des 2. Jahres eine weitere Summe hinzufügen, so dass er am Ende des 5. Jahres gerade soviel besitzt wie A. Wieviel muss B am Ende des 2. Jahres anlegen, und wieviel hat jeder nach Verlauf der fünf Jahre?

31) a) Das einfache Briefporto betrug früher in Bayern 3 Kreuzer, jetzt ist dasselbe 10 Pfennige; wieviel Procent beträgt die Erhöhung?

b) Für ein Liter Bier, der früher 9 Kreuzer kostete zahlt man jetzt 30 Pfennige; um wieviel Procent ist der Preis gestiegen?

32) Am 12. Mai 1878 werden in Augsburg folgende Wechsel discontirt:

900	ℳ.	per	21. Juni	(39 Tg.)
2100	„	„	23. August	(101 „)
4500	„	„	17. Juli	(65 „)
5250	„	„	13. Septbr.	(121 „)
2400	„	„	19. November	(187 „)
3000	„	„	22. Oktober	(160 „)
951	„	„	29. Dezember	(227 „)

Wieviel beträgt die baare Zahlung bei 5 % Disconto und $\frac{1}{8}$ % Provision?

33) Wenn ein Tourist in Innsbruck für das $\frac{3}{10}$ Literglas Bier 10 österr. Kreuzer zahlen muss, auf wieviel deutsche Pfennige berechnet sich hiernach ein Liter, vorausgesetzt, dass der österr. Papiergulden 1,72 ℳ. gilt?

34) a) Wieviel Kilogramm Feingold enthalten 100 Zwanzigmarkstücke (1395 ℳ = 1 ℔. Feingold)?

b) Wieviel g Feinsilber enthalten 100 Stück à 5 ℳ (100 ℳ = 1 ℔. Feinsilber).

c) Wieviel g Kupfer sind in 1000 Zwanzigmarkstücken enthalten?

35) Das Maximum des auszuprägenden deutschen Silbergeldes ist auf 10 ℳ für den Kopf der Bevölkerung festgesetzt. Nach dem Prägungsausweise vom 28. Juli 1877 ist die gesammte Ausprägung in 5 ℳ, 2 ℳ, 1 ℳ, 50- und 20-₰-Stücken 406 555 497 ℳ 80 ₰.

Das deutsche Reich hatte am 1. December 1875 eine Bevölkerung von 42 752 554 Seelen.

a) Wieviel fehlte an jenem Tage noch an obigem Maximum der Ausprägung?

b) Wieviel Kilogramm Feinsilber repräsentirt die bis zum 28. Juli ausgeprägte Summe des Silbergeldes?

36) Das Passirgewicht der Reichsgoldmünzen à 10 und 20 ℳ darf gesetzlich nicht mehr als 5 Tausendel oder $\frac{1}{200}$ weniger als das Normalgewicht betragen. Welches ist daher die äußerste gestattete Abweichung von letzterem für das Zehn- und Zwanzigmarkstück? (Vergl. Aufg. 2 in § 99)

37) Der Unterschied zwischen dem Normal- und dem Passirgewicht darf bei dem goldenen 5-Markstück höchstens 8 Tausendteile betragen. Welches Minimal-Gewicht ist daher für das 5-Markstück noch erforderlich? (Vergl. Aufg. 2 in § 99)

38) Der Jahresgehalt eines Beamten betrug bisher 2835 Gulden (südd. W.) und wurde bei Einführung der

Markrechnung um 5% erhöht; wieviel Mark bezieht derselbe nunmehr?

39) Das französische 5-Francsstück ist 900, das 1-Francstück dagegen nur 835 fein.

a) Um wieviel Procent ist das Francstück in der Feinheit geringer als das 5-Francsstück?

b) Um wieviel Procent ist das 5-Francsstück feiner als als das 1-Francstück?

40) Die französischen Scheidemünzen in Bronze à 10, 5, 2 Centimes und 1 Centime haben ein Gewicht von 1 Gramm per Centime und bestehen aus 95% Kupfer, 4% Zinn und 1% Zink. Wieviel von jedem dieser Metalle enthalten 1000 Francs in obiger Scheidemünze?

41) $77\frac{7}{8}$ engl. Schilling Gold wiegen 1 Unze; wieviel Pfund Sterling gehen auf 40 Troy-℔.?

42) $46\frac{29}{40}$ £ wiegen 1 Troy℔. und $50\frac{107}{110}$ £ enthalten 1 Troy℔. f. Gold; welches ist das Verhältniß zwischen Kupfer und Gold in dem Sovereign?

43) Aus 1 oz Standardgold werden in England $934\frac{1}{2}$ d, mithin aus 1 oz Feingold $1019\frac{5}{11}$ d geprägt. Welches ist nun das Wertverhältniß zwischen Gold und Silber, wenn die Unze Standardsilber mit 54 d notirt ist?

44) Gegenwärtig enthält der Golddollar 23,2 Grains Feingold; wie müsste derselbe ausgeprägt werden, damit der halbe Eagle oder das 5-Dollarstück gerade den Wert eines Pfund Sterling hätte?

(68,2838 £ = 500 g Feingold; 5760 grs = 373,24195 g)

45) Ein Dollar der vereinigten Staaten ist seit dem Jahre 1838 gesetzlich zu 50 d Sterling tarifirt. Welches ist hiernach das Wertverhältniß zwischen Dollar und Pfund Sterling?

46) Was gelten in New-York 4293,8 Golddollars á $102\frac{5}{8}$ (d. h. 100 Doll. Gold = $102\frac{5}{8}$ Doll. Papier)?

47) Wieviel Mark ist ein Cubikyard Feingold wert, wenn 1 Yard = 0,914 m, das spec. Gewicht des Goldes = 19,25 und 1 kg Feingold = 2790 ℳ. gerechnet wird?

48) In Frankfurt a/M. war im Januar 1878 notirt:

1 ℔. fein Gold = 1390 ℳ.
1 „ „ Silber = 79,2 „

Welches war damals das Wertverhältniß zwischen Silber und Gold?

49) Ein Silberrubel hat gesetzlich 18 g Feinsilber, welches ist hiernach der Wert desselben, in Mark ausgedrückt, wenn 500 g Feinsilber = 90 ℳ. Silbergeld angenommen werden?

50) Wenn in Frankfurt a/M. im Januar 1878 die Dollars in Gold mit 4,18 ℳ. notirt waren, welcher Preis ergibt sich hieraus für $\frac{1}{2}$ kg Feingold?

51) Welcher Cours (Handelswert) ergibt sich in Frankfurt a/M. für die 20-Francsstücke, wenn die engl. Sovereigns mit 20,35 ℳ. daselbst notirt sind?

52) 3,584 g Feingold entsprechen in Deutschland einem Werte von 10 ℳ. Wieviel Mark gelten hiernach folgende außerdeutsche Goldmünzen:

	Gesetzl. Gehalt in Feingold.
England. 1 Pfund Sterling	7,322 g
Frankreich. 20-Francsstücke	5,806 „
Nordamerika. 10-Dollar (Eagle)	15,046 „
Rußland. Halb-Imperial	5,999 „
Skandinavien. 20-Kronen	8,0645 „

53) Nach der skandinavischen Münzconvention von 18.

December 1872 können folgende Scheidemünzen in Silber geprägt werden:

a) Stücke von 2 Kronen und 1 Krone; $166\frac{2}{3}$ Kr. = 1 kg Feinsilber; Feinheit = 80 Hundertel;

b) Stücke von 50 und 40 Oere; $166\frac{2}{3}$ Kr. = 1 kg f. S.; Feinheit = 60 Hundertel;

c) Stücke von 25 Oere; 172,1763 Kr. = 1 kg f. S.; Feinheit = 60 Hundertel;

d) Stücke von 10 Oere; $208\frac{1}{3}$ Kr. = 1 kg f. S.; Feinheit = $33\frac{1}{3}$ Hundertel.

Man soll: α) das Brutto-Gewicht der sämmtlichen Silberscheidemünzen, β) das Netto-Gewicht derselben berechnen.

54) Nach demselben Münzsystem können in Bronce (bestehend aus 95 % Kupfer, 4 % Zinn und 1 % Zink) geprägt werden:

a) Stücke zu 5 Oere; $6\frac{1}{4}$ Kr. = 1 kg schwer;
b) Stücke zu 2 und 1 Oere; 5 Kr. = 1 kg schwer.

α) Welches ist das Bruttogewicht dieser Bronce-Münzen?
β) Wieviel von jedem der drei Metalle ist erforderlich
zu 100 Kronen in 5 Oerestücken,
„ 100 „ „ 2 „
„ 100 „ „ 1 „ ?

55) Im Jahre 1878 werden in der k. Münzanstalt zu München nachfolgende Goldmünzen geprägt:

	16 740 000 ℳ.	in Doppelkronen,
	11 160 000 „	in Kronen,
	2 790 000 „	in Halbkronen, also
zusammen	30 690 000 ℳ.	aus 22000 ℔. Feingold.

Die Prägekosten betragen	2,75 ℳ	pro	Pfund	in Doppelkr.
	4,75 „	„	„	„ Kronen,
	6,75 „	„	„	„ Halbkr.

Wie hoch berechnen sich a) die Prägekosten jeder Münzkategorie, b) die Gesammtprägekosten?

56) In den deutschen Münzstätten sind bis zum 12. Januar 1878 geprägt worden:

an Goldmünzen:	1 161 820 740 ℳ	in Doppelkronen,
	364 147 660 „	in Kronen,
	25 330 085 „	in Halbkronen,
an Silbermünzen:	71 653 095 „	in Fünfmarkstücken,
	97 810 892 „	in Zweimarkstücken,
	144 794 081 „	in Einmarkstücken,
	71 394 438 „	in Fünfzigpfennigst.,
und	35 717 924 „	in Zwanzigpfennigst.

a) Wie groß ist die Gesammtsumme?
b) Wieviel Kilogramm Feingold,
c) wieviel Kilogramm Feinsilber waren bis zu obigem Tage zur Prägung der Reichsmünzen verwendet?

XV. Anwendung der Algebra auf die Arithmetik.

a) Allgemeine Begründung der Sätze über Proportionen.*)

§ 101. Ist der Bruch $\frac{a}{b}$ gleich dem Bruche $\frac{c}{d}$, so erhält man durch Gleichsetzung dieser beiden Quotienten die geometrische Proportion:

*) Der Wortlaut der bewiesenen Sätze findet sich in den citirten Paragraphen des 3. Kapitels.

$a : b = c : d$, oder was dasselbe ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Hieraus folgt durch Wegschaffung der Nenner, indem man auf beiden Seiten mit bd multiplicirt:

$$a \,.\, d = b \,.\, c \text{ (Vergl. § 13.)}$$

§ 102. Ist umgekehrt das Product $m \,.\, n$ gleich dem Product $p \,.\, q$ oder

$m \,.\, n = p \,.\, q$, so folgt hieraus:

$\frac{m}{p} = \frac{q}{n}$ oder

$$m : p = q : n \text{ (Vergl. § 14.)}$$

§ 103. Aus der Proportion

$a : b = c : d$ folgt (nach § 101):

$a \,.\, d = b \,.\, c$, und hieraus:

$a = \frac{b \,.\, c}{d}$	$b = \frac{a \,.\, d}{c}$
$d = \frac{b \,.\, c}{a}$	$c = \frac{a \,.\, d}{b}$

(Vergl. § 15).

§ 104. Ist der Bruch $\frac{a}{b}$ gleich dem Bruche $\frac{b}{c}$, so erhält man die stetige geometrische Proportion:

$a : b = b : c$ oder

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ und hieraus durch Wegschaffung der Nenner, indem man die beiden Seiten der Gleichung mit bc multiplicirt:

$$a \,.\, c = b^2 \text{ (Vergl. § 16).}$$

§ 105. Ist umgekehrt:

$m \, . \, n = p^2$, so folgt hieraus die stetige Proportion:

$$\frac{m}{p} = \frac{p}{n} \text{ oder}$$

$$m : p = p : n$$ (Vergl. § 17).

§ 106. Aus der stetig-geometrischen Proportion:

$a : b = b : c$ folgt (nach § 104):

$a \, . \, c = b^2$, und hieraus:

$$a = \frac{b^2}{c}$$

$$c = \frac{b^2}{a}$$

$b = \sqrt{ac}$ (geometr. Mittel).

§ 107. Aus der Proportion:

$a : b = c : d$ folgt:

$a \, . \, d = b \, . \, c$ und hieraus:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ oder}$$

$a : c = b : d$ (Vergl. § 18; 1).

§ 108. Aus der Proportion:

$a : b = c : d$ folgt:

$b \, c = a \, d$ und hieraus:

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ oder}$$

$b : a = d : c$ (Vergl. § 18; 1).

§ 109. Aus der Proportion:

$a : b = c : d$ folgt:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a\,.\,m}{b\,.\,m} = \frac{c}{d} \text{ oder}$$

$a\,.\,m : b\,.\,m = c : d$ (Vergl. § 18; 2).

§ 110. Aus der Proportion:

$$\frac{m}{n} : \frac{p}{q} = a : b \text{ folgt:}$$

$$\frac{m}{n}\,.\,b = \frac{p}{q}\,.\,a$$

$mq\,.\,b = pn\,.\,a$ und hieraus (nach § 102) die Proportion:

$mq : pn = a : b$ (Vergl. § 18; 2).

§ 111. Aus der Proportion:

$am : bm = c : d$ folgt:

$$\frac{am}{bm} = \frac{c}{d} \text{ oder}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$ und hieraus wieder die Proportion:

$a : b = c : d$ (Vergl. § 18; 2)

§ 112. Aus der Proportion:

$a : b = c : d$ folgt:

$bc = ad$ und hieraus:

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{d}{c}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \text{ oder}$$

$(a + b) : a = (c + d) : c$ oder endlich

$(a + b) : (c + d) = a : c$ (Vergl. § 18; 3).

Ganz ähnlich findet man aus

$$1 - \frac{b}{a} = 1 - \frac{d}{c} \text{ die Proportion:}$$

$(a - b) : (c - d) = a : c$ (Vergl. § 18; 3).

§ 113. Aus der Proportion:

$$a : b = c : d \text{ folgt:}$$

$$b c = a d \text{ und hieraus:}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$$

$$1 + \frac{c}{a} = 1 + \frac{d}{b}$$

$$\frac{a + c}{a} = \frac{b + d}{b}, \text{ oder}$$

$$(a + c) : a = (b + d) : b, \text{ oder endlich}$$

$$(a + c) : (b + d) = a : b \text{ (Vergl. § 18; 4).}$$

Ganz ähnlich findet man aus der Gleichung:

$$1 - \frac{c}{a} = 1 - \frac{d}{b} \text{ die Proportion:}$$

$(a - c) : (b - d) = a : b$ (Vergl. § 18; 4).

§ 114. Aus der Proportion

$$a : b = c : d$$

ergeben sich endlich nach § 112 und 113 unmittelbar noch folgende Proportionen:

$(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$ (Vergl. § 18; 5)
$(a + c) : (a - c) = (b + d) : (b - d)$ (Vergl. § 18; 6)

§ 115. Ist $a : b = c : d = e : f = g : h$ und setzt man den Wert eines Verhältnisses $= \alpha$, so folgt:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \alpha, \text{ daher}$$

$$\begin{aligned} a &= b \,.\, \alpha \\ c &= d \,.\, \alpha \\ e &= f \,.\, \alpha \\ g &= h \,.\, \alpha \end{aligned}$$

$$a + c + e + g = \alpha \,.\, (b + d + f + h)$$

$$\frac{a + c + e + g}{b + d + f + h} = \alpha = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$$

Daher die Proportion:

$$\begin{aligned} (a + c + e + g) : (b + d + f + h) &= a : b \\ &= c : d \\ &= e : f \\ &= g : h \end{aligned}$$

§ 116. Sind drei Zahlen a, x und b so beschaffen, dass die Differenz der beiden ersten sich zur Differenz der beiden letzten verhält, wie die erste zur dritten, so stehen diese Zahlen in **harmonischer Proportion.**

Es ist daher:

$(a - x) : (x - b) = a : b$; hieraus folgt:

$$\begin{aligned} (x - b) \,.\, a &= (a - x) \,.\, b \\ ax - ab &= ab - bx \\ ax + bx &= ab + ab \\ x \,.\, (a + b) &= 2ab \\ x &= \frac{2ab}{a + b} \end{aligned}$$

Man nennt die Zahl x das **harmonische Mittel** zwischen den Zahlen a und b.

Aus der letzten Gleichung folgt:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right); \text{ d. h.:}$$

Der reciproke Wert des harmonischen Mittels zweier

Zahlen ist gleich dem arithmetischen Mittel aus den reciproken Werten derselben.

§ 117. Das arithmetische Mittel $\frac{a + b}{2}$, das geometrische $\sqrt{a\,b}$ und das harmonische Mittel $\frac{2\,a\,b}{a + b}$ bilden folgende stetige geometrische Proportion:

$\frac{a + b}{2} : \sqrt{a\,b} = \sqrt{a\,b} : \frac{2\,a\,b}{a + b}$, denn das Product der äußeren Glieder sowie das der inneren ist $= a\,b$. Hieraus ergibt sich der Satz: Das geometrische Mittel zweier Zahlen ist die mittlere geometrische Proportionale zwischen dem arithmetischen und dem harmonischen Mittel.

Zahlenbeispiele. 1) Die Zahlen 16; $11\frac{13}{25}$ und 9 bilden die harmonische Proportion:

$$(16 - 11{,}52) : (11{,}52 - 9) = 16 : 9$$
$$4{,}48 : 2{,}52 = 16 : 9$$
$$448 : 252 = 16 : 9.$$

Die Proportion ist richtig, weil $448 \,.\, 9 = 252 \,.\, 16 = 4032$ ist.

2) Das geometrische Mittel zwischen 16 und 9 ist $= \sqrt{9 \,.\, 16} = \sqrt{144} = 12$; das arithmetische $= \frac{16 + 9}{2} = 12{,}5$, das harmonische $= \frac{2 \,.\, 9 \,.\, 16}{25} = 11{,}52$; daher ist:

$$12{,}5 : 12 = 12 : 11{,}52;$$

diese Proportion ist wieder richtig, da

$$12{,}5 \,.\, 11{,}52 = 12 \,.\, 12 = 144 \text{ ist.}$$

§ 118. Die Proportionen

$$a : b = m : n$$
$$c : d = p : q$$
$$f : g = v : w$$ geben die Gleichungen:

$$an = bm$$
$$cq = dp$$
$$fw = gv$$ und durch Multiplication derselben:

$acf \,.\, nqw = bdg \,.\, mpv$; hieraus ergibt sich (nach § 102) die Proportion:

$acf : bdg = mpv : nqw$ (Vergl. § 20).

§ 119. Die Proportionen

$$a : b = m : n$$
$$c : d = n : p$$
$$f : g = p : q$$
geben (nach § 118) die Proportion:

$acf : bdg = mnp : npq$ und daher (nach § 111)
$acf : bdg = m : q$

Oder in anderer Schreibart:

$$\left.\begin{matrix} a : b \\ c : d \\ f : g \end{matrix}\right\} = m : q$$

(Vergl. § 20).

§ 120. Die Proportionen

$$a : b = c : d$$
$$m : n = p : q$$ geben die Gleichungen:

$$ad = bc$$
$$mq = np$$ und durch Division:

$\frac{a}{m} \cdot \frac{d}{q} = \frac{b}{n} \cdot \frac{c}{p}$, und hieraus wieder die Proportion:

$$\frac{a}{m} : \frac{b}{n} = \frac{c}{p} : \frac{d}{q}$$ (Vergl. § 21).

§ 121. Aus den beiden Proportionen

$a : b = c : d$

$a : m = c : n$ folgt (nach § 120)

die Proportion:

$$1 : \frac{b}{m} = 1 : \frac{d}{n}$$ und hieraus:

$$\frac{b}{m} = \frac{d}{n}$$ oder die Proportion:

$b : m = d : n$ (Vergl. § 22)

Auf ähnliche Weise erhält man aus den beiden Proportionen:

$a : b = c : d$

$p : b = q : d$ die Proportion:

$a : p = c : q$ (Vergl. § 22.)

§ 122. Aus den Proportionen:

$a : b = c : d$

$a : m = n : d$ folgt nach § 120:

$$1 : \frac{b}{m} = \frac{c}{n} : 1$$ und hieraus:

$$\frac{m}{b} = \frac{c}{n}$$ oder

$m : b = c : n$ (Vergl. § 23.)

Ebenso erhält man aus den beiden Proportionen:

$a : b = c : d$

$m : b = c : n$ die Proportion:

$a : m = n : d$ (Vergl. § 23.)

b) Gesellschaftsrechnung.

§ 123. A und B sollen die Summe von a Mark nach den Verhältnißzahlen m, n verteilen. Was bekommt jeder?

Aufl. Es sei der Anteil des A = x Mark, dann ist der des B = (a — x) Mark und man hat folgende Proportion:

$$x : (a - x) = m : n, \text{ woraus}$$

$$nx = am - mx$$

$$x = \frac{am}{m + n} \text{ (Anteil des A)}$$

$$a - x = a - \frac{am}{m + n}$$

$$= \frac{an}{m + n} \text{ (Anteil des B); od. kürzer:}$$

Die Zahl a wird in (m + n) gleiche Teile geteilt, dies gibt $\frac{a}{m + n}$; hievon bekommt A m Teile, macht $\frac{am}{m + n}$, und B erhält n Teile oder $\frac{an}{m + n}$

§ 124. Sollen a Mark unter drei Personen A, B und C nach den Verhältnißzahlen m, n, p verteilt werden, so ist analog:

$$\text{Anteil des A} = \frac{am}{m + n + p} \text{ M.}$$

$$\text{„ „ B} = \frac{an}{m + n + p} \text{ M.}$$

$$\text{„ „ C} = \frac{ap}{m + n + p} \text{ M.}$$

Wie lautet die in diesen Ausdrücken enthaltene allgemeine Regel?

§ 125. Zwei Personen haben 360 ℳ. so zu verteilen, dass A so oft 3 ℳ. erhält als B 5 ℳ. Was erhält jede?

Aufl. Anteil des A $= \frac{360 \,.\, 3}{3 + 5}$

$= \frac{3}{8} \,.\, 360 = 135$ ℳ.

Anteil des B $= \frac{360 \,.\, 5}{3 + 5}$

$= \frac{5}{8} \,.\, 360 = 225$ ℳ.

Summe = 360 ℳ.

§ 126. 1170 ℳ. sind unter drei Personen A, B und C nach Verhältniß ihres Alters zu verteilen. Nun ist B um den dritten Teil älter, C aber doppelt so alt als A. Wieviel erhält jede?

Aufl. $A = x$ J.

$B = \left(x + \frac{x}{3}\right)$ J.

$C = 2x$ J.

Summe der Verhältnißzahlen $= 1\frac{3}{3}x$, daher

Anteil des A $= \frac{1170 \,.\, x}{1\frac{3}{3}x} = 270$ ℳ.

" " B $= \frac{1170 \,.\, \frac{4}{3}x}{1\frac{3}{3}x} = 360$ "

Anteil des C $= \frac{1170 \,.\, 2x}{1\frac{3}{3}x} = 540$ ℳ.

Summe 1170 ℳ.

c) Mischungsrechnung.

§ 127. Jemand wünscht m Liter Wein, zu a Pfennig per Liter. Man hat aber nur bessern und geringern, als den verlangten Wein, und zwar von ersterer Sorte zu b und von der anderen zu c Pfennig den Liter. Wie viele Liter von jeder Sorte müssen genommen werden, um durch Mischung die verlangte Qualität zu erhalten?

Aufl. Von der bessern Sorte nehme man x, daher von der geringern (m — x) Liter. Der Preis dieser beiden Quantitäten muss gleich sein dem Preise von m Liter, daher

$$bx + (m - x)c = am$$

$$bx + mc - cx = am$$

$$x = \frac{m(a-c)}{b-c}, \text{ und}$$

$$m - x = m - \frac{m(a-c)}{b-c}$$

$$= \frac{m(b-a)}{b-c}$$

Hieraus $\frac{x}{m-x} = \frac{a-c}{b-a}$

In dieser Gleichung ist folgende Regel enthalten:

Zieht man den Preis der geringeren Sorte von dem der mittleren ab und den letzteren von dem der besseren, so ist der erste Unterschied die Verhältnißzahl für die bessere und der zweite jene für die geringere Sorte. (Siehe § 44).

§ 128. Vorstehende allgemeine Regel findet man auch ohne wirkliche Auflösung der obigen Gleichung durch folgende Betrachtung:

Von der besseren Sorte nehmen wir x, von der geringeren (m — x) Liter.

x Liter der besseren Sorte kosten x (b — a) ₰ mehr als x Liter zu a ₰; (m — x) Liter der geringeren Sorte kosten (m — x). (a — c) ₰ weniger als (m — x) Liter zu a ₰.

Um keinen Verlust zu erleiden, muss

x (b — a) = (m — x) . (a — c) sein, daher nach § 109:

$$\frac{x}{m - x} = \frac{a - c}{b - a} \text{ (wie in § 127).}$$

§ 129. Es sei das specifische Gewicht des Silbers = 11, das des Kupfers = 8; man will wissen, wieviel zu einer Mischung von 20 kg vom specifischen Gewicht = 10 von beiden Metallen nötig ist.

Aufl. $\frac{\text{Quantität des Silbers}}{\text{Quantität des Kupfers}} = \frac{10 - 8}{11 - 10} = \frac{2}{1}$;

d. h. die Raumesinhalte der zu legirenden Metalle müssen sich verhalten wie 2 zu 1, demnach die Gewichte

wie 2 . 11 zu 1 . 8, oder
wie 11 zu 4.

Auf 11 Teile Silber treffen 4 Teile Kupfer, oder

$\frac{11}{15} . 20 = 14\frac{2}{3}$ kg Silber,
$\frac{4}{15} . 20 = 5\frac{1}{3}$ kg Kupfer.

20 kg Mischung.

Andere Auflösung.

Man brauche x kg Silber, daher (20 — x) kg Kupfer.

Da das spec. Gew. $= \frac{\text{Gew. d. Körpers}}{\text{Gew. d. Wassers von dems. Volumen}}$, so

ist $\frac{x}{11}$ = Gew. des Wassers vom Volumen des Silbers,

$\frac{20 - x}{8}$ = „ „ „ „ „ „ Kupfers,

$\frac{20}{10}$ = „ „ „ „ „ der Mischung.

$$\frac{x}{11} + \frac{20 - x}{8} = 2$$

$$x = 14\tfrac{2}{3} \text{ kg Silber,}$$

$$20 - x = 5\tfrac{1}{3} \text{ „ Kupfer.}$$

d) Procentrechnung.

§ 130. Es sei a irgend eine benannte oder unbenannte Zahl, so ist $\frac{a}{100} = 1$ Procent dieser Zahl, daher $\frac{a \cdot p}{100} = p$ Procent derselben.

Bezeichnen wir diesen Wert mit z, so haben wir die Gleichung:

$$z = \frac{a \cdot p}{100} \quad \ldots . \; 1); \text{ hieraus folgt:}$$

$$a = \frac{100 . z}{p} \quad \ldots . \; 2)$$

$$p = \frac{100 . z}{a} \quad \ldots . \; 3)$$

Anmerkung. Die Zahl a wird in der Procentrechnung gewöhnlich Kapital genannt.

§ 131. Bezeichnet k ein um p % vermehrtes Kapital a, so ist

$$k = a + \frac{a \cdot p}{100}; \text{ oder:}$$

$$k = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \; \ldots . \; 4);$$ hieraus folgt:

$$a = \frac{k}{1 + \frac{p}{100}} \; \ldots . \; 5);$$ (reines Kapital)

$$z = k - a = \frac{k \cdot p}{100 + p} \; \ldots .. \; 6)$$ (Vermehrung des reinen Kapitals).

§ 132. Bezeichnet k' ein um p % vermindertes Kapital a, so ist

$$k' = a - \frac{a \cdot p}{100}$$

$$= a \left(1 - \frac{p}{100}\right) \; \ldots . \; 7),$$ hieraus:

$$a = \frac{k'}{1 - \frac{p}{100}} \; \ldots . \; 8)$$

$$z = a - k' = \frac{k' \cdot p}{100 - p} \; \ldots . \; 9)$$ (Verminderung des reinen Kapitals).

Anmerkung. Die drei Gleichungen:

$$z = \frac{a \cdot p}{100} \; \ldots . \; 1)$$

$$z = \frac{k \cdot p}{100 + p} \; \ldots . \; 6)$$

$$z = \frac{k' \cdot p}{100 - p} \; \ldots . \; 9)$$

enthalten die Werte für die Procente der Kapitalien a, k und k' und zwar

Gleichung 1 die Procente vom Hundert,
" 6 " " auf "
" 8 " " in "

§ 133. Beispiele.

1) Welches Kapital gibt mit $12\frac{1}{2}$ % Vermehrung 922,5 ℳ?

$$a = \frac{922{,}5}{1 + \frac{12{,}5}{100}} = \frac{922{,}5 \,.\, 100}{112{,}5} = 820 \text{ M.}$$

2) Wird eine gewisse Summe um 10 % vermindert, so erhält man 24,3 M.; wie groß war dieselbe?

$$a = \frac{24{,}3}{1 - \frac{10}{100}} = \frac{24{,}3 \,.\, 100}{90} = 27 \text{ M.}$$

3) Wird eine gewisse Summe um 4 % vermehrt, so erhält man 4430,4 M.; wie groß ist die Vermehrung?

$$\frac{k \,.\, p}{100 + p} = \frac{4430{,}4 \,.\, 4}{104} = 4260 \text{ M.}$$

4) Nachdem von einer gewissen Summe 4 % abgezogen waren, blieben 4089,6 M. übrig; wie groß war die Verminderung?

$$\frac{k' \,.\, p}{100 - p} = \frac{4089{,}6 \,.\, 4}{96} = 170{,}4 \text{ M.}$$

§ 134. Verwandlung der Procente auf Hundert in Procente vom Hundert und umgekehrt.

1) Wieviel Procent vom Hundert sind p Procent auf Hundert?

Auflösung.

Bezeichnet man das Kapital mit a, den gesuchten Procentsatz mit x, so hat man die Gleichung:

$$\frac{a \,.\, x}{100} = \frac{a \,.\, p}{100 + p}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{p}{100 + p}$$

$$x = \frac{100 \,.\, p}{100 + p} \; . \; . \; . \; . \; 10)$$

Ist zum Beispiel p = 5, so ist

$$x = \frac{500}{105} = 4\tfrac{16}{21}, \text{ das heißt:}$$

$4\frac{16}{21}$ % vom Hundert = 5 % auf Hundert.

Probe.

$$5\,\% \text{ auf } 100 \text{ von } 630 \text{ ℳ} = \frac{630\ .\ 5}{105} = 30 \text{ ℳ}$$

$$4\tfrac{16}{21}\,\% \text{ vom } 100 \text{ von } 630 \text{ ℳ} = \frac{630\ .\ 4\frac{16}{21}}{100} = 30 \text{ ℳ}$$

2) Wieviel Procent auf Hundert sind p Procent vom Hundert?

Auflösung.

Bezeichnet man wieder den gesuchten Procentsatz mit x, so ist nach Obigem:

$$\frac{a\ x}{100 + x} = \frac{a\ .\ p}{100}$$

$$\frac{x}{100 + x} = \frac{p}{100}$$

$$100\ x = 100\ p + p\ x$$

$$100\ x - p\ x = 100\ p$$

$$x = \frac{100\ p}{100 - p} \quad \ldots . \ 11)$$

Ist zum Beispiel p = 5, so hat man:

$$x = \frac{500}{95} = 5\tfrac{5}{19}; \text{ das heißt:}$$

$5\frac{5}{19}$ % auf 100 = 5 % vom 100

Probe.

$$5\,\% \text{ vom } 100 \text{ von } 630 \text{ ℳ} = 6{,}3\ .\ 5 = 31{,}5 \text{ ℳ}$$

$$5\tfrac{5}{19}\,\% \text{ auf } 100 \text{ von } 630 \text{ ℳ} = \frac{630\ .\ 5\frac{5}{19}}{105\frac{5}{19}} = 31{,}5 \text{ ℳ}$$

e) Einfache Zinsrechnung.

§ 135. Ein Kapital a, welches zu p % angelegt ist, bringt nach n Jahren z Zinsen.

Die jährlichen Zinsen des Kapitals a zu 1 % sind = $\frac{a}{100}$, daher die jährlichen Zinsen zu p % = $\frac{a \cdot p}{100}$, und mithin die n jährigen Zinsen:

$$z = \frac{a \cdot p \cdot n}{100} \quad \ldots . \quad 1)$$

Zusatz 1. Sind die Zinsen für m Monate zu berechnen, so hat man $\frac{m}{12}$ statt n zu setzen, daher ist:

$$z = \frac{a \cdot p \cdot m}{1200} \quad \ldots . \quad 2)$$

Zusatz 2. Sind die Zinsen für t Tage zu suchen, so ist $\frac{t}{360}$ für n zu setzen, daher:

$$z = \frac{a \cdot p \cdot t}{36000} \quad \ldots . \quad 3)$$

§ 136. Aus Gleich. 1 folgt:

$$a = \frac{100 \cdot z}{p \cdot n} \quad \ldots . \quad 4)$$

$$p = \frac{100 \cdot z}{a \cdot n} \quad \ldots . \quad 5)$$

$$n = \frac{100 \cdot z}{a \cdot p} \quad \ldots . \quad 6)$$

Aus Gleich. 2 folgt:

$$a = \frac{1200 \cdot z}{p \cdot m} \quad \ldots . \quad 7)$$

$$p = \frac{1200 \cdot z}{a \cdot m} \quad \ldots . \quad 8)$$

$$m = \frac{1200 \cdot z}{a \cdot p} \quad \ldots . \quad 9)$$

Aus Gleich. 3 folgt:

$$a = \frac{36000 \cdot z}{p \cdot t} \quad \ldots . \quad 10)$$

$$p = \frac{36000 \cdot z}{a \cdot t} \quad \ldots . \quad 11)$$

$$t = \frac{36000 \cdot z}{a \cdot p} \quad \ldots . \quad 12)$$

§ 137. Will man das Endkapital k wissen, zu welchem das Anfangskapital a mit p % Zinsen nach n Jahren angewachsen ist, so hat man die Gleichung:

$$a + \frac{a \cdot p \cdot n}{100} = k \quad \ldots . \quad 13)$$

Hieraus folgt:

$$a = \frac{k}{1 + \frac{p}{100} \cdot n} \quad \ldots . \quad 14)$$

$$z = k - a = \frac{k \cdot p \cdot n}{100 + p \cdot n} \quad \ldots . \quad 15)$$

§ 138. Beispiele.

1) Zu wieviel Procent sind 1250 ℳ. Kapital ausgeliehen, wenn sie in $4\frac{1}{2}$ Jahren 281,25 ℳ. Zins getragen haben?

Nach Gleich. 5 ist

$$p = \frac{100 \cdot 281{,}25}{1250 \cdot 4{,}5} = 5\,\%$$

2) In wieviel Tagen bringen 1476,9 ℳ. Kapital zu 4 % 8 ℳ. $20\frac{1}{2}$ ₰ Zins?

Nach Gleich. 12 ist:

$$t = \frac{36000}{4} \cdot \frac{8,205}{1476,9}$$

$$= \frac{9000 \cdot 8,205}{1476,9} = 50 \text{ Tg.}$$

3) Ein Kapital ist mit seinen 4 %igen Zinsen in $3\frac{1}{2}$ Jahren auf 7082,25 ℳ. angewachsen; welche Zinsen sind in letzterer Summe enthalten?

Nach Gleich. 15 ist $k - a = \frac{7082,25 \cdot 4 \cdot 3,5}{100 + 4 \cdot 3,5} = 6212,5$ ℳ.

§ 139. Berechnung der Zinsen mittels Zinszahlen.

N zieht von einer Bank folgende Summen:

A Mark auf a Tage,
B „ „ b „
C „ „ c „
D „ „ d „

Dagegen gibt er an die Bank:

A' Mark auf a' Tage,
B' „ „ b' „
C' „ „ c' „
D' „ „ d' „

Wenn nun beiderseits p % Zinsen gerechnet werden, so berechnet sich der Saldo der Zinsen (die Zinsdifferenz), wie folgt:

$$\text{Zinsguthaben des } N = \frac{A \cdot p \cdot a}{36000} + \frac{B \cdot p \cdot b}{36000} +$$

$$\frac{C \cdot p \cdot c}{36000} + \frac{D \cdot p \cdot d}{36000}$$

$$= \frac{p}{36000} (A\,a + B\,b + C\,c)$$

Zinsguthaben der Bank $= \frac{A' \,.\, p' \,.\, a'}{36000} + \frac{B' \,.\, p' \,.\, b'}{36000} +$

$$\frac{C' \,.\, p \,.\, c'}{36000} + \frac{D' \,.\, p \,.\, d'}{36000}$$

$$= \frac{p}{36000}\,(A'a' + B'b' + C'c' + D'd')$$

Bezeichnet man der Kürze wegen die Summe der Producte

$$A\,a + B\,b + C\,c + D\,d \text{ mit } Z$$

$$A'a' + B'b' + C'c' + D'd' \text{ mit } Z',$$ so ist:

das Zinsguthaben des N $= \frac{p}{36000} \,.\, Z'$

das Zinsguthaben der Bank $= \frac{p}{36000} \,.\, Z$

Ist nun zum Beispiel Z größer als Z', so ist der

Saldo der Zinsen $= (Z - Z') \,.\, \frac{p}{36000}$

Man nennt die Producte aus Kapital und Tagen, wie A a; B b; C c; D d; ferner A' a; B' b; C' c; D' d die Zinszahlen, und es geht aus obigem Ausdruck die bekannte Regel hervor, nach welcher die Bank mit Hilfe der Zinszahlen das Soll und Haben (Schuld und Guthaben) des Geschäftsfreundes N berechnet. (Vergl. § 58.)

§ 140. Zahlenbeispiel.

N zieht von einer Bank folgende Posten:

300	*M.*	am	15. Januar,
450	"	"	9. Februar,
1260	"	"	20. März,
1500	"	"	25. April.

Dagegen gibt er an die Bank:

840 ℳ am 6. Februar,
1050 „ „ 12. März,
950 „ „ 18. April.

Wie groß ist der Saldo am 30. Juni, wenn beiderseits $4\frac{1}{2}$ % Zinsen gerechnet werden? (1 Monat = 30 Tag.)

Auflösung.

$$\begin{array}{rlrlrl} A = & 300; & a = & 165; & Aa = & 49500 \\ B = & 450; & b = & 141; & Bb = & 63450 \\ C = & 1260; & c = & 100; & Cc = & 126000 \\ D = & 1500; & d = & 65; & Dd = & 97500 \\ \hline & 3510 & & & & 336450 \end{array}$$

$$\begin{array}{rlrlrl} A' = & 840; & a' = & 144; & A'a' = & 120960 \\ B' = & 1050; & b' = & 108; & B'b' = & 113400 \\ C' = & 950; & c' = & 72; & C'c' = & 68400 \\ D' = & „; & d' = & „; & D'd' = & „ \\ \hline & 2840; & & & & 302760 \end{array}$$

$$\frac{p}{36000} = \frac{4,5}{36000} = \frac{1}{8000}$$

Z = 336450 (Summe der Zinszahlen der Bank)
Z' = 302760 („ „ „ des N)
33690
33,69 : 8 = 4,21 ℳ.

Die Bank hat also 3510 — 2840 = 670 ℳ Kapital und 4,21 ℳ Zinsen, im ganzen 674,21 ℳ gut.

f) Discontorechnung.

§ 141. Es bezeichne k eine nach n Jahren (m Monaten, t Tagen) fällige Summe,

a ihren baaren Wert bei
p % Disconto (auf oder vom Hundert),
d = k — a den Disconto.

Erster Fall: Disconto auf Hundert.

Die Auflösung der hieher gehörigen Aufgaben geschieht nach § 137.

Es ist daher der baare Wert $a = \dfrac{k}{1 + \dfrac{p}{100} \cdot n}$ . . . 1)

$$a = \frac{k}{1 + \dfrac{p}{100} \cdot \dfrac{m}{12}} \quad \ldots . 2)$$

$$a = \frac{k}{1 + \dfrac{p}{100} \cdot \dfrac{t}{360}} \quad \ldots . 3)$$

Der Disconto $d = k - a = \dfrac{k \cdot p \cdot n}{100 + p\,n}$ . . . . 4)

$$d = \frac{k \cdot p \cdot \dfrac{m}{12}}{100 + p \cdot \dfrac{m}{12}} \quad \ldots . 5)$$

$$d = \frac{k \cdot p \cdot \dfrac{t}{360}}{100 + p \cdot \dfrac{t}{360}} \quad \ldots . 6)$$

Zweiter Fall: Disconto vom Hundert.

Man berechne nach Gleich. 1, 2 oder 3, § 135, den Disconto d, d. h. den Zins des Kapitals k in n Jahren, m Monaten oder t Tagen, so ist auch der baare Wert a = k — d bekannt.

$$\text{Disconto } d = \frac{k \cdot p \cdot n}{100} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

$$d = \frac{k \cdot p \cdot m}{1200} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 8)$$

$$d = \frac{k \cdot p \cdot t}{36000} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 9)$$

$$\text{Baare Zahlung } a = k - \frac{k \cdot p \cdot n}{100} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 10)$$

$$= k - \frac{k \cdot p \cdot m}{1200} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 11)$$

$$= k - \frac{k \cdot p \cdot t}{36000} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 12)$$

Anmerkung. Der Disconto vom Hundert ist, wie aus dessen Wert ersichtlich, größer als der Disconto auf Hundert, und zwar beträgt die Differenz, wenn die Zeit in Jahren ausgedrückt ist:

$$\frac{kpn}{100} - \frac{kpn}{100+pn} = \frac{kpn}{100} \cdot \frac{pn}{100+pn} \quad \ldots\ldots 13)$$

§ 142. Beispiele.

1) Ein auf 4428 *M.* lautender Schuldschein, zahlbar nach $4\frac{1}{2}$ Jahren, wird mit $6\frac{1}{4}$ % auf Hundert discontirt; wie groß ist die Baarzahlung?

Nach Gleich. 1 § 141 ist $a = \dfrac{4428}{1+0{,}0625 \cdot 4{,}5} = 3456$ *M.*

2) Wie viele Tage hat ein Wechsel noch zu laufen, welcher nach Abzug von 9 *Fs* 90 *cts* = $4\frac{1}{2}$ % Disconto vom Hundert mit 2465 *Fs* 10 *cts* baar bezahlt wird?

Aus Gleich. 9 § 141 folgt:

$$t = \frac{36000 \cdot d}{k \cdot p}$$

$$= \frac{36000 \cdot 9{,}9}{(2465{,}1+9{,}9) \cdot 4{,}5}$$

$$= \frac{8000 \;.\; 9{,}9}{2475} = 32 \text{ Tage.}$$

3) Welches ist der baare Wert einer nach $2\frac{1}{2}$ Jahren zu zahlenden unverzinslichen Summe von 236,5 M., wenn 4 % Disconto a) auf Hundert, b) vom Hundert gerechnet werden?

Aufl. a) Nach Gleich. 1 § 141 ist $a = \frac{236{,}5}{1 + 0{,}04 \;.\; 2{,}5} = 215$ M.

b) Nach Gleich. 10 § 141 ist $a = 236{,}5 - \frac{236{,}5 \;.\; 4 \;.\; 2{,}5}{100}$

$$= 236{,}5\left(1 - \frac{4 \;.\; 5}{200}\right)$$
$$= 236{,}5 \;.\; \tfrac{9}{10}$$
$$= 212{,}85 \text{ M.}$$

4) Ein Wechsel von 480 M., nach 5 Monaten fällig, wird mit 6 % jährlichem Disconto bezahlt. Wie groß ist der Disconto vom Hundert und wieviel beträgt die baare Zahlung?

Aufl. Nach Gleich. 8 § 141 ist $d = \frac{480 \;.\; 6 \;.\; 5}{1200}$

$$= 12 \text{ M.}$$

Baare Zahlung = 480 — 12 = 468 M.

g) Terminrechnung.

§ 143. a M. sind zahlbar nach m Jahren,
b „ „ „ „ n „
c „ „ „ „ q „

(a + b + c) M. „ „ „ x „

Wann kann man die ganze Summe (a + b + c) M. auf einmal bezahlen, wenn p % einfache Zinsen berechnet werden?

Erste Aufl. Bei der Zahlung in Terminen würden dem Schuldner zu gute kommen:

die Zinsen von a ℳ. zu p % in m J. $= \frac{a\,p\,m}{100}$ ℳ.

" " " b " " " " n " $= \frac{b\,p\,n}{100}$ "

" " " c " " " " q " $= \frac{c\,p\,q}{100}$ ";

bei einmaliger Zahlung nach x J. kommen dem Schuldner zu gute die Zinsen von (a + b + c) ℳ. zu p % in x J. $= \frac{(a + b + c)\,px}{100}$, daher

$$\frac{a\,p\,m}{100} + \frac{b\,p\,n}{100} + \frac{c\,p\,q}{100} = \frac{(a + b + c)\,p\,x}{100}$$

$$a\,m + b\,n + c\,q = (a + b + c)\,x$$

$$x = \frac{a\,m + b\,n + c\,q}{a + b + c}$$

Da p aus der Rechnung ganz verschwunden ist, so ist dies ein Zeichen, daſs es bei der Berechnung des mittleren Zahlungstermins auf die Gröſse des Zinsfuſses gar nicht ankommt.

Zweite Aufl. Man bestimme den baaren Wert sämmtlicher Posten, ebenso den baaren Wert der nach x Jahren fälligen Gesammtsumme (s); dann muſs die Summe der discontirten Partialsummen (s′) der discontirten Gesammtsumme gleich sein.

$s' = \frac{100\ .\ s}{100 + p\ .\ x}$ (siehe Gleich. 1, § 141); hieraus folgt:

$$x = \frac{100\ .\ (s - s')}{s'\ .\ p}$$

§ 144) Für nachstehende Terminzahlungen soll der

mittlere Zahlungstermin nach beiden Auflösungsarten gesucht werden:

200 M.	zahlbar	nach	1 J.,
400 „	„	„	2 „
600 „	„	„	4 „
1200 M.	„	„	x J.

Erste Auflösung.

$$x = \frac{200 . 1 + 400 . 2 + 600 . 4}{200 + 400 + 600} = \frac{3400}{1200} = 2\tfrac{5}{6} \text{ J.}$$

Zweite Auflösung. Die baaren Werte der einzelnen Posten, wenn man 5 % einfache Zinsen annimmt, sind 190,476 + 363,636 + 500 = 1054,112 M. = s'; die Summe aller Posten ist = 1200 M. = s, daher

$$x = \frac{100 . (1200 - 1054{,}112)}{1054{,}112 . 5} = 2{,}768 \text{ J. nahezu.}$$

§ 145. Vermischte Aufgaben.

1) 1170 M. sind unter drei Personen A, B und C nach Verhältniß ihres Alters zu verteilen. Nun ist B um den dritten Teil älter, C aber doppelt so alt als A. Wieviel erhält jede?

Auflösung.

A erhalte x M., dann erhält

$B = x + \frac{x}{3} = \frac{4}{3}$ x M. und

C $= 2$ x M.; daher die Gleichung:

$$x + \tfrac{4}{3}x + 2x = 1170$$
$$3x + 4x + 6x = 3510$$
$$13x = 3510$$
$$x = 270$$

$$\begin{array}{lr} \text{A erhält} & 270 \text{ M.} \\ B = \frac{4}{3} \cdot 270 = & 360 \text{ „} \\ C = 2 \cdot 270 = & 540 \text{ „} \\ \hline & 1170 \text{ M.} \end{array}$$

2) Ein nach 12 Monaten fälliger Wechsel wird zur Hälfte mit 2 % und zur Hälfte mit 3 % discontirt. Die baare Zahlung beträgt 214,5 M. Auf welchen Betrag lautete derselbe?

Aufl. Die gesuchte Wechselsumme sei x M., dann ist der Disconto von $\frac{x}{2}$ M. à 2 % $= \frac{x}{2} \cdot \frac{2}{100}$ M., der Disconto von $\frac{x}{2}$ M. à 3 % $= \frac{x}{2} \cdot \frac{3}{100}$ M.; daher hat man die Gleichung:

$$x - \left(\frac{x}{2} \cdot \frac{2}{100} + \frac{x}{2} \cdot \frac{3}{100}\right) = 214{,}5$$

$$x - \frac{5}{200} x = 214{,}5$$

$$\frac{39}{40} x = 214{,}5$$

$$x = \frac{214{,}5 \cdot 40}{39}$$

$$= 220 \text{ M.}$$

3) Eine jetzt fällige Schuld von 2000 M. soll in drei gleichen Terminzahlungen nach 1,2 und 3 Jahren heimbezahlt werden; welche Summe ist bei jedem Termine zu entrichten, wenn 5 Procent Zins gerechnet werden?

Auflösung. Die jedesmalige Terminzahlung sei x Mark.

Läſst man sowohl 2000 M., als auch jede Termin-

zahlung bis an das Ende des 3. Jahres Zinsen tragen, so ist:

Zins von 2000 M. à 5 % in 3 Jahren $= 20 . 5 . 3 = 300$ M.

" " x " à 5 % " 2 " $= \frac{x . 5 . 2}{100} = \frac{x}{10}$ "

" " x " à 5 % " 1 Jahr $= \frac{x . 5 . 1}{100} = \frac{x}{20}$ "

Die ganze Schuld von 2000 M. plus Zins in 3 Jahren muſs gleich sein der Summe der 3 Terminzahlungen plus dem betreffenden Zins; daher ist:

$$2000 + 300 = x + \frac{x}{10} + x + \frac{x}{20} + x$$

$$2300 = 3x + \frac{3}{20}x$$

$$= \frac{63}{20}x$$

$$x = \frac{2300 . 20}{63} = \frac{46000}{63} = 730\frac{10}{63} = 730{,}16 \text{ M. (nahezu)}$$

4) 3600 M. werden zu 4 %, und 7 Jahre später 5400 M. zu 5 % ausgeliehen. Wann werden beide Kapitalien dieselben Zinsen getragen haben?

Erste Auflösung. Nach x Jahren, von dem Zeitpunkte der Ausleihung des ersten Kapitals an gerechnet.

Zinsen von 3600 M. zu 4 % in x Jahren = Zinsen von 5400 M. zu 5 % in (x — 7) J.

$$\frac{3600 . 4 . x}{100} = \frac{5400 . 5 . (x - 7)}{100}$$

$$8x = 15(x - 7)$$

$$8x - 15x = -15 . 7$$

$$7x = 15 . 7$$

$$x = 15$$

Zweite Auflösung. Nach x Jahren, von dem Zeitpunkt der Ausleihung des zweiten Kapitals an gerechnet.

Zinsen von 3600 M. zu 4 % in (x + 7) J. } = { Zinsen von 5400 M. zu 5 % in x J.

$$\frac{3600 \, . \, 4 \, . \, (x + 7)}{100} = \frac{5400 \, . \, 5 \, . \, x}{100}$$

$$8\,(x + 7) = 15\,x$$
$$7\,x = 8 \, . \, 7$$
$$x = 8 \text{ J.}$$

5) Jemand hat den dritten Teil seines Kapitals zu 4 % und das Uebrige zu 5 % ausgeliehen; die jährlichen Zinsen betragen 840 M. Welche Summe hat er ausgeliehen?

Auflösung.

Er habe x Mark ausgeliehen, also $\frac{x}{3}$ zu 4 % und $\frac{2\,x}{3}$ zu 5 %; die jährlichen Zinsen sind daher $\frac{x \, . \, 4}{3 \, . \, 100}$ und $\frac{2\,x \, . \, 5}{3 \, . \, 100}$, mithin erhält man die Gleichung:

$$\frac{4\,x}{300} + \frac{10\,x}{300} = 840$$
$$14\,x = 840 \, . \, 300$$
$$x = 60 \, . \, 300$$
$$= 18000 \text{ M.}$$

6) Jemand verkauft eine Waare um 261 M., wobei er $\frac{1}{4}$ so viel Procent gewinnt, als die Waare Mark gekostet hat. Wie hoch kaufte er die Waare ein?

Auflösung.

Einkaufspreis $= x$ M.;

Gewinn $= \frac{x \, . \, x}{400}$ M.;

Einkaufspreis plus Gewinn = Verkaufspreis; daher hat man die Gleichung:

$$x + \frac{x^2}{400} = 261$$

$$400\,x + x^2 = 104400$$

$$x^2 + 400\,x + 200^2 = 144400$$

$$x + 200 = 380$$

$$x = 180 \text{ M.}$$

7) Eine Schuldforderung von a = 360 M. und die rückständigen Zinsen von m = 4,5 Jahren werde durch eine Anweisung gedeckt, die auf b = 475 M. lautet, zahlbar nach n = $2\frac{2}{3}$ Jahren. Welcher Zinsfuß p bietet die Grundlage dieser Ausgleichung?

Specielle Auflösung.

Die Schuldforderung nebst Zinsen beträgt jetzt, wenn man den noch unbekannten Zinsfuß mit p bezeichnet:

$$360 + \frac{360 \cdot p \cdot 4{,}5}{100}$$

Die Anweisung ist jetzt x M. wert, zu bestimmen aus der Gleich.:

$$x + \frac{x \cdot p \cdot 8}{300} = 475; \text{ hieraus folgt:}$$

$$x = \frac{142500}{300 + 8\,p}$$

Da der jetzige Wert der Schuldforderung dem jetzigen Werte der Anweisung gleich sein muss, so hat man die Gleichung:

$$360 + \frac{360 \cdot p \cdot 4{,}5}{100} = \frac{142500}{300 + 8\,p};$$

diese führt auf die quadratische Gleichung:

$$p^2 + \frac{3225}{54} p = \frac{14375}{54}$$, woraus sich ergibt:

$$p = \frac{-3225 \pm 3675}{108}$$

Da der zweite (negative) Wert von p nicht zu gebrauchen ist, so findet man $p = 4\frac{1}{6}$

Der Zinsfuß ist demnach $4\frac{1}{6}$ %.

Allgemeine Aufl. Die Schuldforderung nebst Zinsen beträgt jetzt $\left(a + \frac{a\,p\,m}{100}\right)$. Der gegenwärtige Wert x der Anweisung ergibt sich durch die Gleichung $x + \frac{x\,p\,n}{100} = b$; hieraus findet man $x = \frac{100\,b}{100 + p\,n}$

Mithin, da der jetzige Wert der Schuldforderung dem gegenwätigen Wert der Anweisung gleich sein muss, erhält man die Gleichung:

$$a + \frac{a\,p\,m}{100} = \frac{100\ b}{100 + p\,n}$$

Hieraus ist nun p zu suchen. Nach gehöriger Umformung findet man die quadratische Gleichung:

$$p^2 + \frac{100\ .\ (m + n)}{m\ .\ n}\ .\ p = \frac{100^2(b - a)}{a\ .\ m\ .\ n}\ .$$

und durch deren Auflösung:

$$p = \frac{100\,[-(m + n)\ a + \sqrt{((m - n)\ a)^2 + 4\,a\,b\,m\,n}]}{2\,a\,m\,n}$$

Substituirt man endlich in diesen Ausdruck statt a, b, m, n die in der Aufgabe gegebenen Zahlenwerte, so findet man genau:

$$p = 4\tfrac{1}{6}\ \%$$

Probe.

Der gegenwärtige Wert der Schuldforderung ist

$$360 + \frac{360 \cdot 4\frac{1}{6} \cdot 4,5}{100} = 427,5 \text{ ℳ.}$$

Werden 475 ℳ., nach $2\frac{2}{3}$ Jahren fällig, mit $4\frac{1}{6}$ % (auf Hundert) discontirt, so ist der baare Wert nach

$$\text{Gleich. 1, § 141} = \frac{475}{1 + \frac{4\frac{1}{6}}{100} \cdot \frac{8}{3}}$$

$$= \frac{475}{1 + \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{475 \cdot 9}{10}$$

$$= 427,5 \text{ ℳ.}$$

Berichtigungen.

Seite	11 Zeile 6 von oben	lies:	wird	statt:	wir;
„	21 „ 4 von unten	„	Proportion	„	Proportian;
„	44 Aufgabe 20	„	300 engl. ℔.	„	300 engl. Ctr;
„	136 Zeile 11 von unten	„	1771,51	„	1771,49
„	141 „ 5 von oben	„	18 karätiges	„	18 krätiges;
„	153 Aufgabe 25 b)	„	1 dwt	„	1 dwts

Druck von J. B. Fleischmann in Würzburg.